Handleiding Ontwerpen Draagconstructies

Dimensionering en controle-berekening van (uitkragende) liggers, kolommen en vakwerken

Ir. G. Jan Arends

oktober 2018

TU Delft

Voorwoord

De draagconstructie is een van de belangrijkste onderdelen van een gebouw. Zonder een adequate draagconstructie zal een bouwwerk, hoe fraai ook ontworpen, instorten als de er op werkende krachten niet meer kunnen worden afgedragen naar de fundering. Uiteraard moet ook de fundering, die overigens onderdeel uitmaakt van de draagconstructie, voldoende sterk zijn.

De draagconstructie is van invloed op het totale ontwerp van het gebouw. Daarom is het noodzakelijk dat een architect iets afweet van de werking van de draagconstructie. Dat maakt ook het gesprek met de constructeur gemakkelijker. Het is aan de constructeur om een hele constructie door te rekenen en de minimaal benodigde afmetingen van een constructie-element te bepalen. Voor de architect is het echter belangrijk de afmetingen al zo goed mogelijk in te schatten, hetzij met vuistregels (of kentallen), hetzij door middel van een eenvoudige berekening.

De handleiding is bedoeld als naslagwerk voor de analyse-oefening voor TE2 en TE4 en de ontwerpoefening voor ON2. Probeer mede aan de hand van deze handleiding zo gestructureerd mogelijk te werken. Daarmee voorkom je niet alleen onnodige fouten, maar laat je ook zien dat je de stof beheerst.

Bij het schrijven ervan is gebruik gemaakt van bijdragen en opmerkingen van (oud) collega's, waaronder Joop Gerrits, Christian Louter, Ate Snijder en Dirk Rinze Visser. Mark Scholten zorgde voor de lay-out waardoor het geheel overzichtelijker werd. Voor verdere opmerkingen / verbeteringen houden we ons aanbevolen: g.j.arends@tudelft.nl.

Inhoud

1. Inleiding 4

2. Draagconstructie 5

2.1 Materialisering 5

2.2 Schematiseren draagconstructie 5

2.3 Stabiliteit 8

2.4 Krachtdoorstroming 9

3. Globale dimensionering ligger 11

3.1 Bepaling belasting op de ligger 12

3.2 Controle Uiterste Grenstoestand ligger (sterkte) 15

3.3 Controle Bruikbaarheidsgrenstoestand ligger (stijfheid) 17

4. Globale dimensionering kolom 20

4.1 Gewichtstabel 21

4.2 Controleberekening kolom (druksterkte) 24

4.3 Bepaling knikgetal n 25

5. Uitkragende liggers 27

5.1 Berekening eenzijdig uitkragende stalen ligger 29

5.2 Berekening eenzijdig uitkragende betonnen ligger 33

5.3 Controleberekening eenzijdig uitkragende ligger met puntlast 37

5.4 Controleberekening tweezijdig uitkragende ligger met gevelbelasting 41

5.5 Andere belastingen op uitkragende liggers. 46

6. Globale dimensionering vakwerkliggers 47

6.1 Vakwerk belast door een enkele puntlast 48

6.2 Vakwerk belast door een gelijkmatig verdeelde belasting op de bovenrand 49

6.3 Verdiepingshoog vakwerk belast door meerdere puntlasten 50

6.4 Verdiepingshoog vakwerk belast door een gelijkmatig verdeelde belasting 53

Bijlage 1: tabel HEA-profielen 56

Bijlage 2: tabel kanaalplaten beton 57

Bijlage 3: Compendium Eurocodes 58

Bijlage 4: Sterktes materialen voor draagconstructies 62

Bijlage 5: Formuleblad krachtswerking 63

1. Inleiding

In deze handleiding dimensioneren we onderdelen van een Draagconstructie. Een draagconstructie dient om alle krachten die op een gebouw werken op een veilige wijze af te voeren naar de fundering. Bij het dimensioneren van de onderdelen van een draagconstructie worden de afmetingen zo goed mogelijk ingeschat met behulp van vuistregels of kentallen. Vervolgens controleren we met eenvoudige berekeningen of deze elementen voldoen aan de norm.

Er zijn in principe twee mogelijkheden voor een draagconstructie: schijvenbouw en skeletbouw. Bij schijvenbouw worden de vloeren en het dak gedragen door buitenmuren en binnenwanden, bij skeletbouw door kolommen en liggers. Skeletbouw maakt een gebouw meer flexibel. Een stramienmaat van 6 tot 10 meter geven een economisch gunstige opbouw van de draagconstructie voor een verdiepingsgebouw. Grotere overspanningen zijn overigens ook goed mogelijk, maar geven wel een grotere constructiehoogte van de vloeren met de balken.

De onderdelen van een draagconstructie worden als geprefabriceerde elementen of als 'grondstoffen' op de bouwplaats aangevoerd. Geprefabriceerde elementen zijn bijvoorbeeld stalen balken en prefab betonnen balken, maar ook vloer- en gevelelementen. Maximale afmetingen hiervan worden begrensd door de transportmogelijkheden. De maximale afmetingen van te transporteren objecten zijn ongeveer 2,50 meter bij 3,40 meter bij 14 meter. Grotere afmetingen of zeer zware prefab constructies vereisen speciaal, dus duur transport.

Niet zelden zijn er grote kolomvrije ruimtes nodig, waarbij grote overspanningen onontbeerlijk zijn. Behalve aan uitzonderlijk transport van grote prefab constructie-elementen, kunnen we dan ook denken aan het op de bouwplaats aan elkaar monteren van kleinere delen. Bij betonconstructie kunnen we denken aan in het werk gestort beton. De elementen daarvan, zoals de wapening en de betonspecie worden als 'grondstoffen' aangevoerd.

Constructief gezien, is het verstandig om grote kolomvrije ruimten boven in het gebouw te ontwerpen, het liefst direct onder het dak. Daardoor kunnen de afmetingen van de draagconstructiedelen beperkt blijven. Er behoeven geen zware balken te worden toegepast om kolommen te ondersteunen. Nadeel is dat bij grote vergaderzalen er veel mensen naar boven moeten, wat ruime verkeersruimten en voldoende liften noodzakelijk maken. We zullen hier dus een compromis moeten vinden.

In hoofdstuk 2 worden enkele algemene onderdelen voor het dimensioneren van een draagconstructie besproken. Daarbij wordt uitgegaan van een eenvoudig kantoorgebouw met een skeletconstructie. De te dimensioneren en te controleren ligger (hoofdstuk 3) en kolom (hoofdstuk 4) zijn genomen uit genoemd kantoorgebouw. Bij de uitkragende ligger (hoofdstuk 5) wordt hierop voortgeborduurd. De vakwerkberekeningen (hoofdstuk 6) maken geen deel uit van deze schematisering en zijn op zichzelf staande voorbeelden.

2. Draagconstructie

2.1 Materialisering

Voor de draagconstructie staan ons verschillende materialen ter beschikking. De meest gebruikelijke zijn baksteen, beton, staal en hout. Baksteen wordt vooral gebruikt voor wanden en staal voor kolommen en liggers. Beton en hout kunnen voor alle draagconstructie-elementen worden toegepast. Enkele minder gebruikte bouwmaterialen voor draagconstructies zijn natuursteen, aluminium, vezel versterkte kunststoffen en glas. Vooral met de laatste twee materialen wordt de laatste tijd veel geëxperimenteerd.

Elk materiaal heeft zijn gunstige eigenschappen maar ook zijn beperkingen. Hout is een licht materiaal maar is meer dan staal en beton beperkt in zijn draagkracht. Het materiaal is onderhevig aan kruip en er zijn bovendien heel moeilijk momentvaste verbindingen mee te realiseren. Met beton en staal kunnen veel grotere afmetingen worden gerealiseerd en is ook de draagkracht groter. Met staal kunnen relatief gemakkelijk momentvaste verbindingen worden gemaakt, waardoor ook grotere uitkragingen mogelijk zijn. Beton is een relatief zwaar constructiemateriaal en heeft als vervelende eigenschap dat het, evenals hout, kruipt, waardoor grote vervormingen kunnen ontstaan.

Hout wordt als zeer duurzaam gezien, duurzaam in de betekenis van weinig energie voor vervaardiging en gemakkelijk vervangbaar. Bij staal is dat minder. Wel is staal goed recyclebaar maar de fabricage kost veel energie, terwijl ook de winning van het ijzererts steeds meer energie zal gaan kosten. Desondanks kwam bij een onderzoek naar de duurzame bouw van een middelgroot kantoor een staalskelet met houten kanaalplaatvloeren als meest duurzame draag-constructie naar voren. Duurzaamheid hangt ook sterk af van het gebruik van de materialen. Bij bijvoorbeeld betonkern-activering kan ook een betonconstructie heel duurzaam zijn, eventueel in combinatie met recycled beton als grondstof voor de nieuwe betonconstructie.

In deze handleiding gaan we uit van een ontworpen kantoorgebouw van vier bouwlagen met een breedte van 12 meter en een lengte (diepte) van 16 meter. De bovenverdieping kraagt aan weerszijden 2 meter uit. De bruto verdiepingshoogte is 3,6 meter (totale gebouwhoogte is 14,4 meter). Voor dit kantoor ontwerpen we een staalskelet en als alternatief een betonskelet. Bij de dimensionering van de kolom en de ligger is door de tekst heen zowel voor een staalconstructie (met een **S** in de kantlijn) als voor een betonconstructie (met een **B** in de kantlijn) een controle-berekening gegeven. Voor de vloerconstructie gebruiken we betonnen kanaalplaten. We gaan daarbij gemakshalve voorbij aan duurzaamheidsaspecten. De berekening van andere materialen gaat op vrijwel dezelfde wijze. Daar waar afwijkingen zijn, worden deze aan de orde gesteld.

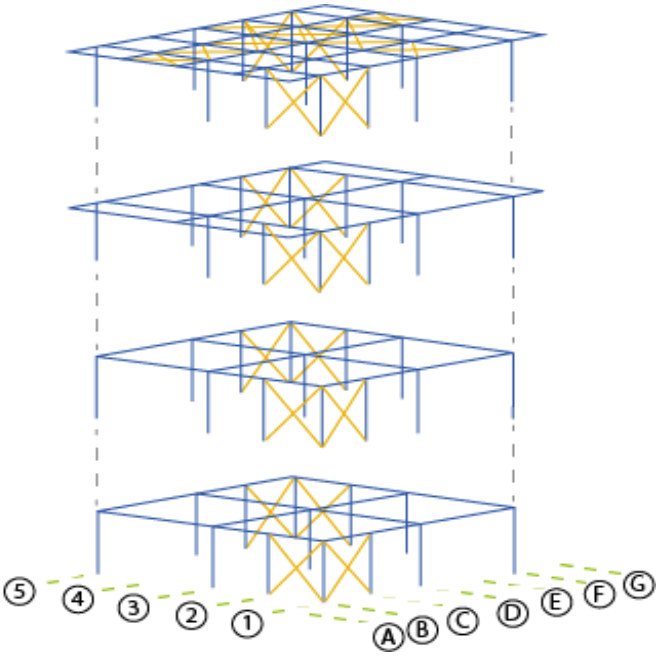
2.2 Schematiseren draagconstructie

Draadmodel

Nadat we een keuze hebben gemaakt voor de te gebruiken materialen, gaan we bepalen hoeveel elementen (kolommen, liggers) we toepassen en waar we de elementen in ons gebouw plaatsen. Gezien de afmetingen van het kantoorgebouw kunnen we volstaan met een stramien van 3 bij 3 kolommen. Hierbij overspannen de balken 6 meter en de vloerelementen 8 meter.

Van onze constructie maken we een draadmodel, waarin we alleen de elementen van de draagconstructie tekenen. Bij toepassing van veel elementen wordt een draadfiguur al gauw ondoorzichtig. Een exploded view van het draadmodel (Figuur 1) geeft dan meer duidelijkheid.

Zie de draagconstructie als op elkaar geplaatste 'tafels' met de vloeren (en het dak) als 'glazen tafelblad' en de kolommen en wanden als de 'poten'.



Figuur 1 - Schematisering als draadmodel

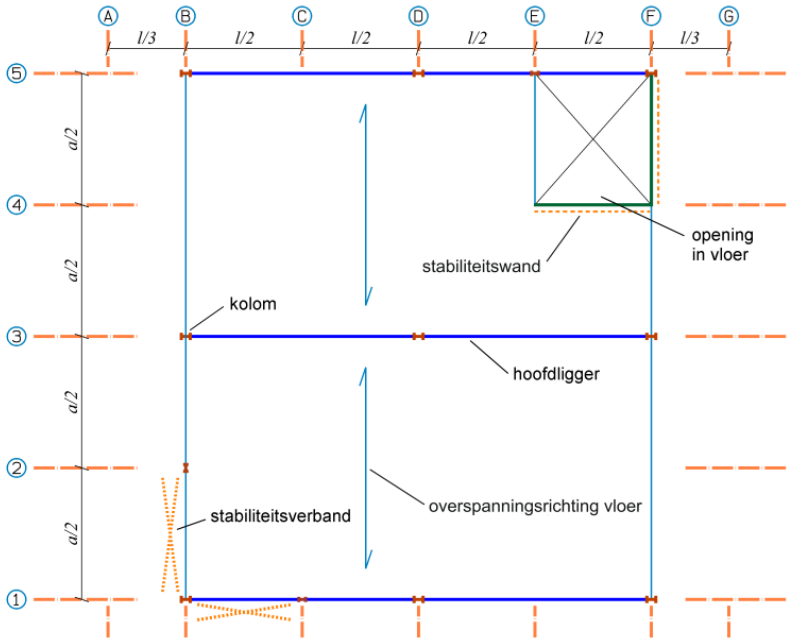
Schematische DC-plattegrond

Om de controleberekeningen te kunnen uitvoeren, moeten we de constructie en de belastingen schematiseren. Daarvoor staat ons een aantal instrumenten ter beschikking. Een belangrijk instrument is de *schematische draagconstructieplattegrond (schematische DC-plattegrond)*. Op deze plattegrond kan gemakkelijk worden aangegeven welk deel van de verdieping door welke elementen wordt gedragen. Op een bouwkundige plattegrond van een verdieping teken je alles wat je van boven ziet vanaf één meter boven de vloer. Van muren en kolommen wordt een doorsnede getekend. Ook deuren, trappen, sanitair e.d. maken deel uit van de plattegrondtekening. Op een dergelijke tekening zien we dus wat zich boven de grond bevindt.

Bij een *schematische DC-plattegrond* is dit heel anders (Figuur 2). De plaatsing van bijvoorbeeld deuren en sanitair is hier niet belangrijk. Bovendien tekenen we hier niet wat zich boven de vloer bevindt maar juist de draagconstructie er onder. Op de *schematische* DC-plattegrond van een vloer worden *alle constructiedelen* getekend *die deze vloer zowel in verticale als in horizontale richting op hun plaats houden*. Dus niet de kolommen die zich boven de verdiepingsvloer bevinden en op die verdieping zichtbaar zijn, maar juist de kolommen die de beschouwde vloer ondersteunen. Denk weer aan een 'tafel' met een glazen tafelblad, waar doorheen je de poten en de stabiliteitsconstructie kunt zien.

Een uitzondering op bovengenoemde regel is onder meer de trekstang waaraan een vloer is opgehangen. Een dergelijk boven de vloer geplaatst element wordt uiteraard wel weergegeven (met aanduiding 'trekstang'). Ook stabiliteitselementen kunnen in bijzondere gevallen zich boven de vloerconstructie bevinden en moeten in dat geval ook worden aangegeven.

Constructeurs hanteren gewoonlijk een constructieplattegrond waarbij zowel de draagconstructie-elementen onder als die boven de vloer worden getekend. Vaak zijn dergelijke tekeningen moeilijk leesbaar. De schematische DC-plattegrond moet juist duidelijk laten zien welke elementen de beschouwde vloer op zijn plaats houden en ook die alleen tekenen.



Figuur 2 - Schematische DC-plattegrond eerste verdieping kantoorgebouw.

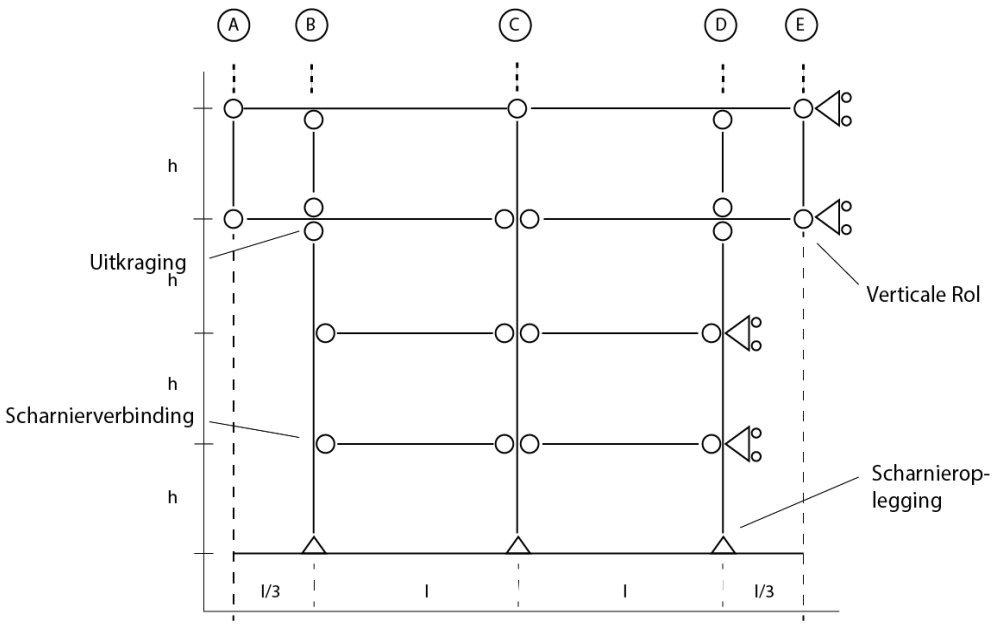
In de vloervelden wordt met haken de overspanningsrichting van de vloerelementen weergegeven (Een overspanning in twee richtingen geven we weer met twee loodrecht op elkaar staande haken.). De dragende liggers worden met dubbele lijn en de niet dragende liggers met een enkele dunne lijn weergegeven. Dragende wanden worden getekend met een dikke lijn of met een ingekleurde dubbele lijn.

Ook stabiliteitsvoorzieningen wordt hier aangeduid. Bij *schoren* in de vorm van een *gestreept andreaskruis* en bij een *stabiliteitswand* door een *gestreepte lijn* naast de wand. De ondersteunende kolommen duiden we aan met een dichte rechthoek, cirkel of een I- of H-vormige doorsnede. Openingen in de vloer (liftschachten, vides, enz.) worden weergegeven met twee elkaar kruisende lijnen (een dunne getrokken lijn). In de plattegrond noteren we de afstanden (lengtes) en de namen van de toegepaste draagconstructie-elementen.

Statisch Schema

Om aan een constructie te kunnen rekenen, moeten we deze zodanig schematiseren dat we de krachtswerking op de constructie kunnen bepalen. Daarbij wordt ook gebruik gemaakt van het zogeheten *statisch schema*. (Figuur 3) Dit schema toont de hartlijnen van de constructie-elementen en de aard van de opleggingen en verbindingen in een bepaalde as. De oplegging is als het ware een verbinding met de fundering. De belangrijkste opleggingen zijn de scharnieroplegging, de roloplegging en de inklemming. Bij verbindingen maken we onderscheid tussen de scharnierverbinding en de buigvaste verbinding. In deze handleiding gebruiken we in principe alleen scharnieropleggingen en scharnierverbindingen.

In het statisch schema worden scharnierverbindingen weergegeven door open bolletjes en buigvaste verbindingen door dichte ruitjes. Merk op dat bij de derde verdieping de uitkragende liggers moeten doorlopen. Om dit weer te geven, moet aan de zijde van de uitkraging onder en boven de ligger een bolletje worden getekend. De getekende *verticale rollen* betekenen dat *ergens elders in de draagconstructie een stabiliteitselement is geplaatst dat er voor zorgt dat de betreffende ligger (vloer) in horizontale richting op zijn plaats blijft*. Zij moeten worden getekend als er in de weergegeven travee zelf geen stabiliteitsvoorziening aanwezig is.



Figuur 3 – Statisch Schema in As 3.

Met de schematische DC-plattegrond en het statisch schema tonen we de randvoorwaarden voor de constructie-elementen. Vervolgens schatten we met behulp van vuistregels de afmetingen van de elementen die we willen dimensioneren om deze daarna met een eenvoudige berekening te controleren. Vuistregels zijn slechts een eerste schatting van de afmetingen. Een constructie moet dan ook niet voldoen aan de vuistregels maar aan de norm.

De belasting is afhankelijk van de *functie van het gebouw* en het totale *gewicht van de vloer-constructie*. Ons gebouw heeft een kantoorfunctie met een ***opgelegde belasting*** van ***3 kN/m²***. We gaan daarbij uit van 2,5 kN/m² (opgelegde belasting volgens de Nationale Bijlage bij de Eurocode) waarbij opgeteld 0,5 kN/m² voor lichte scheidingswanden.

2.3 Stabiliteit

Een belangrijke vorm van stabiliteit is de standzekerheid van een gebouw (practicum BK1TE1). We maken daarbij onderscheid tussen een geschoorde en een ongeschoorde constructie. Een ongeschoorde constructie ontleent zijn stabiliteit aan de primaire constructie door moment- of buigvaste verbindingen (portalen). Bij schijvenbouw kunnen de schijven in het algemeen voldoende standzekerheid geven. Bij skeletbouw moeten maatregelen worden genomen om de standzekerheid te realiseren. Bij gebouwen met slechts enkele verdiepingen kunnen daarvoor buigvaste verbindingen tussen de funderingsconstructie, de kolommen en de liggers worden toegepast. Bij toepassing van prefab betonnen kolommen zal men gewoonlijk kiezen voor ingeklemde kolommen (momentvast verbonden met de fundering). Bij staalconstructies daarentegen kiest men eerder voor momentvaste verbindingen tussen kolommen en liggers. Een voorbeeld daarvan zijn portalen.

Bij wat hogere gebouwen moeten bij een ongeschoorde constructie de elementen zeer zwaar worden uitgevoerd om al te grote vervormingen te voorkomen. Men kiest daarom meestal voor een *geschoorde constructie*. Bij een geschoorde constructie zorgen extra stabiliteitsconstructies als schijven, schoren en stabiliteitskruisen voor de standzekerheid. Ook lift- en leidingschachten en wanden van trappenhuizen worden vaak als stabiliteitskernen gebruikt.

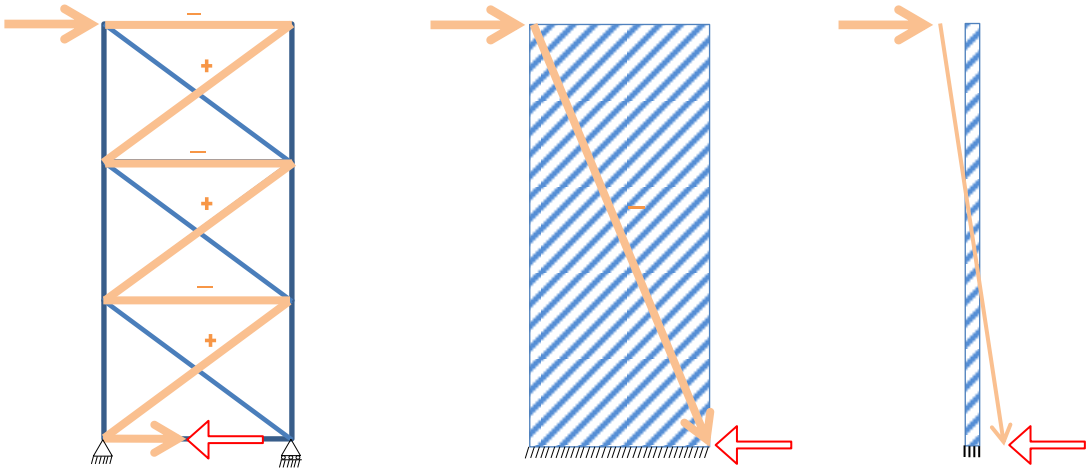
Een stabiel gebouw met een geschoorde constructie moet aan de volgende regels voldoen:

1. *Vloeren en daken moeten* (in het horizontale vlak) *in principe als stijve of vormvaste constructies* worden uitgevoerd.
2. Er zijn per vloer *minimaal drie verticale stabiliteitsvlakken nodig* (schijven of diagonalen).
3. Deze drie stabiliteitsvlakken mogen niet *allemaal* evenwijdig aan elkaar lopen en ook mogen de *snijassen* ervan *niet samenvallen*. (In de plattegrond gezien mogen *de projectielijnen van de stabiliteitswanden niet door één punt* gaan: rotatie-instabiliteit.)

Hoe verder de snijassen uit elkaar liggen, hoe stijver de constructie is en *des te kleiner de krachten in de stabiliteitselementen* zijn. Bedenk *ook dat stabiliteitselementen alleen krachten kunnen opnemen in hun vlak en niet loodrecht op het vlak!*
In de praktijk worden meestal minimaal vier stabiliteitswanden toegepast, zodat horizontale krachten in alle richtingen beter opgenomen kunnen worden.

2.4 Krachtdoorstroming

Het gebouw dat we als voorbeeld gebruiken, heeft vier stabiliteitswanden. In de gevel zijn daarvoor extra stijlen geplaatst. Alle krachten moeten via de draagconstructie naar de fundering worden afgevoerd. Bij een geschoorde constructie stromen de horizontale krachten via de stabiliteitsvoorzieningen naar de fundering (figuur 4). De reactie bij de fundering geven we aan met een gestippelde pijl.



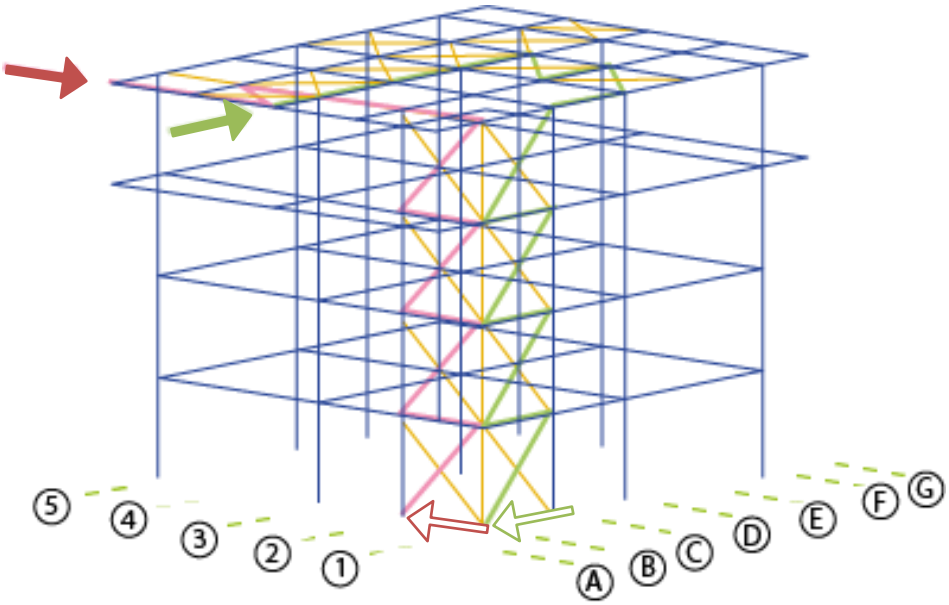
Figuur 4 - Schematisering krachtafdracht stabiliteitsconstructies; krachtdoorstroming in stabiliteitsverband, stabiliteitswand en momentvast verbonden kolom.

Bij stabiliteitskruisen loopt de kracht via de trekdiagonalen. Daarbij is het noodzakelijk dat een op normaalkracht (trek of druk) belast element een horizontale component moet hebben, wil deze de horizontale windbelasting kunnen doorgeven. In een tekening geven we bij het tekenen van de krachtdoorstroming ook alleen die elementen aan, die een horizontale component hebben. In de andere (verticale) elementen zullen vanwege het knoopevenwicht overigens ook normaalspanningen kunnen optreden: trek aan de wind- of loefzijde en druk aan de lijzijde (windluwe zijde).

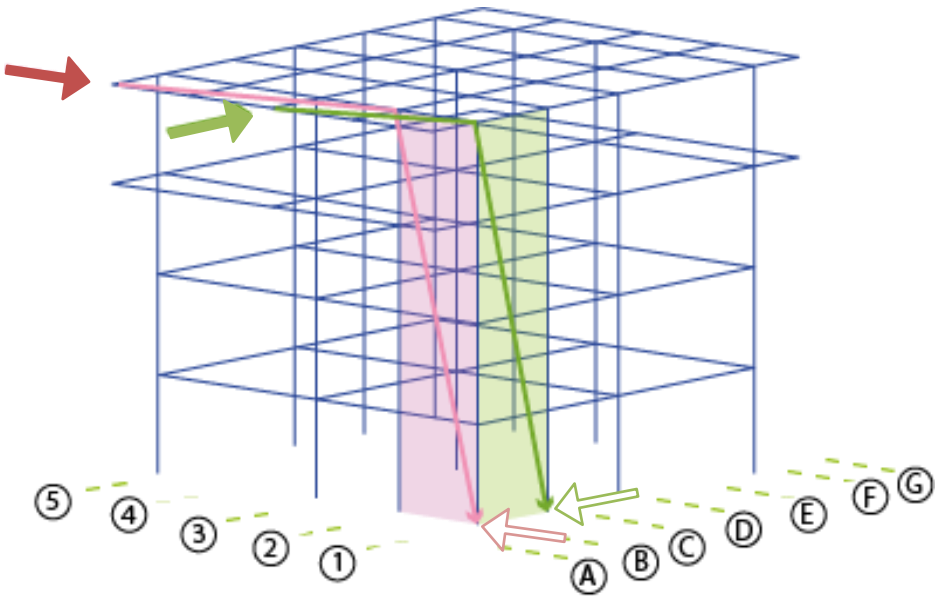
Bij stabiliteitswanden gaan we er van uit dat de krachtsafdracht van de horizontale belasting volgens een 'druklijn' loopt. De kracht veroorzaakt een dwarskracht in de stabiliteitswand, waardoor een buigend moment ontstaat. Is de wand voldoende ingeklemd in de fundering, dan kan deze als een uitkragende ligger worden beschouwd. Er ontstaan trekspanningen aan de

loefzijde. Deze moeten zoveel mogelijk worden gecompenseerd door gewicht en eventuele rustende belasting. Als dit niet voldoende gebeurt, zal de constructie kunnen scheuren of zelfs gaan kantelen.
Ook bij ingeklemde kolommen geven we de krachtdoorstroming aan door een schuine 'druklijn' die in het midden door de kolom gaat en onder en boven 'uitsteekt'.

Voor het kantoorgebouw is voor twee typen schoorconstructies de krachtsdoorstroming getekend. Bij het eerste voorbeeld zijn zowel voor het dak als de wanden kruisende diagonalen toegepast. (Figuur 5 - *Krachtdoorstroming in een constructie in twee loodrecht op elkaar staande richtingen.*
De schoorconstructie bestaat hier uit kruisende diagonalen.). In het alternatief is de dakconstructie van beton en zijn voor de stabiliteit schoorwanden toegepast. (Figuur 6) Deze twee typen kunnen ook door elkaar worden gebruikt.



Figuur 5 - Krachtdoorstroming in een constructie in twee loodrecht op elkaar staande richtingen.
De schoorconstructie bestaat hier uit kruisende diagonalen.



Figuur 6 – Krachtdoorstroming in een constructie in twee loodrecht op elkaar staande richtingen. De schoorconstructie bestaat hier uit massieve wanden en een stijf dak.

3. Globale dimensionering ligger

De dwarsafmetingen van liggers zijn afhankelijk van de krachten die er op werken, maar ook van de lengte van die elementen. Om een eerste schatting van de afmetingen te kunnen maken, zijn er vuistregels of kentallen opgesteld. Deze vuistregels (tabel 1) zijn niet anders dan een eerste globale benadering. Ze zijn vooral bedoeld voor gebruikelijke constructies met normale belastingen. Hoe extremer de constructie of de daarop geplaatste belasting, des te onnauwkeuriger de vuistregel.

Tabel 1 - Vuistregels liggers

	hout		**staal**	**beton**	
	gezaagd	gelamineerd	IPE / HE	t.pl. gestort	prefab
$h_{dakliggers}$	$\frac{1}{20}\ell$	$\frac{1}{20}\ell$	$\frac{1}{30}\ell$	$\frac{1}{20}\ell$	$\frac{1}{20}\ell$
$h_{vloerliggers}$	$\frac{1}{20}\ell$	$\frac{1}{12}\ell$	$\frac{1}{20}\ell$	$\frac{1}{10}\ell$	$\frac{1}{20}\ell$

Voor het kantoor willen we een vloerligger van de eerste verdieping dimensioneren en controleren: Ligger B3-D3 op de schematische DC-plattegrond (*Figuur 2*).

Voor de staalconstructie passen we een HEA-profiel met *sterkteklasse S235* toe. Dit betekent dat de rekenwaarde voor de staalsterkte gelijk is aan 235 N/mm². Bij staal is de *elasticiteitsmodules E* is voor alle sterkteklassen gelijk aan 210 ×× 10³ N/mm². S

Een HEA-profiel heeft brede flenzen, zodat er voldoende oplegbreedte is voor de kanaalplaten. Met de vuistregel schatten we de hoogte van een profiel en in een tabel noteren we het profielnummer en de gegevens die we nodig hebben voor de controleberekening. Dat zijn: het gewicht van de ligger per strekkende meter, het weerstandsmoment W_y en het kwadratisch oppervlaktemoment I_y.

Deze gegevens zijn te vinden in een staalprofielen tabel (zie bijlage 1). Vaak is in de tabel de *massa* per strekkende meter [kg/m] gegeven. Dit moet worden omgerekend tot het gewicht in kN per strekkende meter [kN/m]. Daarvoor moeten we het weergegeven getal vermenigvuldigen met 10 (afronding van 9,8: versnelling van de zwaartekracht in m/s²) om van [kg] naar [N] te gaan en vervolgens delen door 1000 (van N naar kN). [N.B.: Vaak worden bij kanaalplaten geïntegreerde liggers (hoedliggers) gebruikt ter vermindering van de constructiehoogte.]

S

De ligger heeft een lengte van 6 meter. De geschatte liggerhoogte volgens de vuistregel wordt dan 1/20 × 6000 = 300 mm. Aan de hand daarvan kiezen we een HE320A profiel. De gegevens van dit profiel vatten we samen in onderstaande tabel. Het gewicht (de massa) per strekkende meter is gegeven in kg. Dit moet worden omgerekend naar kN: **97,6 kg/m → 0,01 × 97,6 ≈ 0,98 kN/m**.

Tabel 2 - Gegevens stalen HEA-profiel

$h_{\text{vloerligger}}$ [mm]	Profielnr.	Gewicht [kN/m]	W_y [mm³]	I_y [mm⁴]	Sterkte-klasse	Sterkte [N/mm²]	E-modulus [N/mm²]
300	HE 320 A	0,98	1479×10³	22930×10⁴	S235	235	210×10³

Voor betonnen en houten liggers is niet altijd het gewicht per strekkende meter gegeven. Om dat te bepalen, moeten we de oppervlakte van de doorsnede (b × h; [m²]) vermenigvuldigen met de dichtheid ρ [kg/m³] en de uitkomst daarvan weer vermenigvuldigen met de versnelling van de zwaartekracht [m/s²]. Voor beton geldt een dichtheid van 2400 kg/m³, voor gewapend beton 2500 kg/m³ en voor naaldhout circa 300 à 400 kg/m³ (afhankelijk van sterkteklasse). Het gewicht per strekkende meter wordt:

$$g = b \times h \times \rho \times \frac{10}{1000} \left[{}^{kN}/_{m}\right] \qquad \text{(hier } b \text{ en } h \text{ in meters!)}$$

Van een rechthoekige doorsnede kunnen we gemakkelijk het weerstandsmoment W en het kwadratisch oppervlaktemoment I berekenen:

$$I = \frac{1}{12}\, b \times h^3 \ [\text{mm}^4] \qquad \text{en} \qquad W = {}^{I}/_{\frac{1}{2}h} = \frac{1}{6}\, b \times h^2 \ [\text{mm}^3]$$

B

Voor de betonconstructie passen we een in het werk gestorte, niet voorgespannen, betonnen balk toe. We kiezen sterkteklasse C30/37. Volgens de vuistregel zou de hoogte h gelijk zijn aan 6000/10 = 600 mm. Voor de bijbehorende breedte kiezen we de halve hoogte (vuistregel): 600/2 = 300 mm.
Het gewicht per strekkende meter bedraagt dan: **(0,3m×0,6m×2500 kg/m³×10m/s²)/1000 = 4,5 kN/m**. W en I kunnen we met bovenstaande formules berekenen. **I_y = 1/12×300×600³ = 5,40×10⁹ mm⁴** en **W_y = I_y/½h = 1/6×300mm×600mm² = 18,0×10⁶ mm³**. De waarden voor de sterkte en de elasticiteitsmodules kunnen uit betontabellen worden verkregen.

Tabel 3 - Gegevens in het werk gestorte betonnen balk

$h_{\text{vloerligger}}$ [mm]	Profiel	Gewicht [kN/m]	W_y [mm³]	I_y [mm⁴]	Sterkte -klasse	Sterkte [N/mm²]	E_{cm} [N/mm²]
600	600×300	4,5	18,0×10⁶	5,40×10⁹	C30/37	20	33×10³

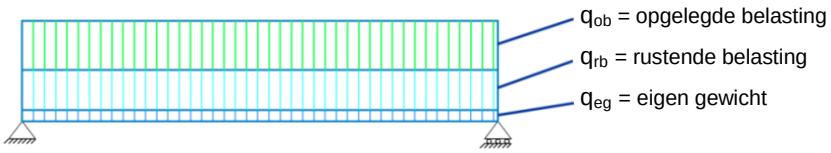
3.1 Bepaling belasting op de ligger

De belasting op de ligger bestaat uit drie delen:

q_{eg} = Eigen gewicht van de ligger.

q_{rb} = Rustende belasting op de ligger, bijv. gewicht vloerconstructie, plafond, opgehangen installaties, verlichting, vloerafwerking enz.

q_{ob} = Opgelegde belasting (veranderlijke belasting) op de ligger.



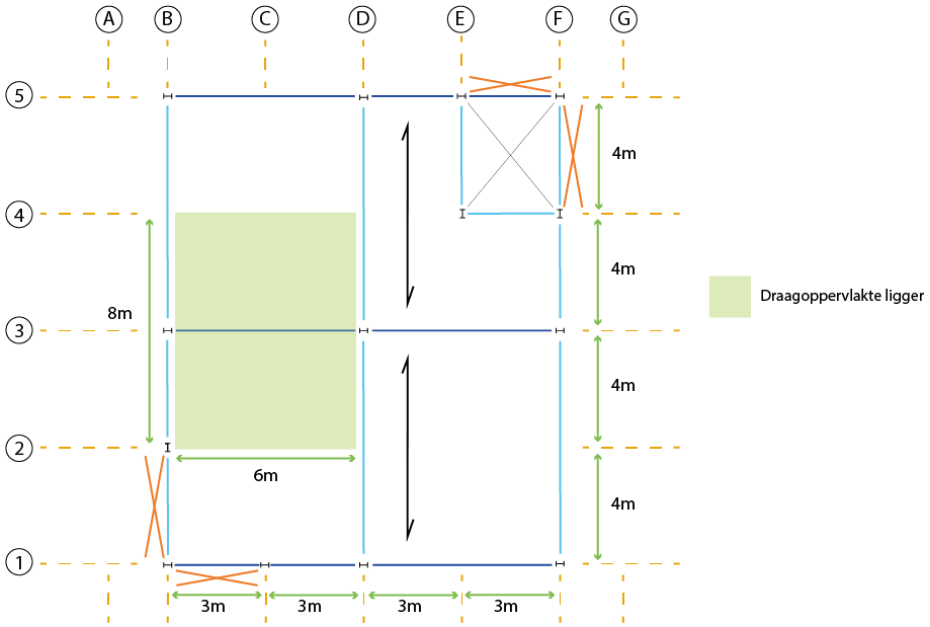
Figuur 7 - Belasting op de te controleren ligger.

q_{eg} en q_{rb} vormen samen de blijvende belasting q_{bb}. De opgelegde belasting q_{ob} is hier de veranderlijke belasting q_{vb}. Voor de liggercontrole moeten de belastingen worden berekend *per strekkende meter op de ligger*, tenzij de belasting als een *puntlast* op de ligger komt. We gaan uit van een gelijkmatig verdeelde belasting.

$\boldsymbol{q_{eg}}$ Het gewicht per strekkende meter ligger (ligger 3B-3D op DC-plattegrond; *Figuur 10*) is hiervoor al bepaald bij het verzamelen van de gegevens van de ligger: $\boldsymbol{q_{eg}}$ **= 0,98 kN/m**. S

Het gewicht van de betonnen ligger is hiervoor al berekend: $\boldsymbol{q_{eg}}$ **= 4,5 kN/m**. B

$\boldsymbol{q_{rb}}$ Voor het bepalen van de grootte van de rustende belasting gebruiken we de schematische DC plattegrond. Daarop arceren we het oppervlak dat door de ligger wordt gedragen. Alle elementen in het gearceerde vlak, inclusief het gewicht van eventuele secundaire liggers, moeten in de belasting worden meegenomen. Op deze DC-plattegrond geven we ook de maten weer!



Figuur 8 - Draagconstructieplattegrond met belastingschema ligger.

De rustende belasting bestaat uit het gewicht van de vloerconstructie inclusief het gewicht van een eventuele afwerklaag, het plafond, de installaties die aan de vloer hangen of in de vloerconstructie zijn opgenomen, enz. Al deze belastingen zijn gegeven in kN/m² of kunnen daarin worden omgerekend. Zo kan bij een betonnen deklaag de volumieke *massa*

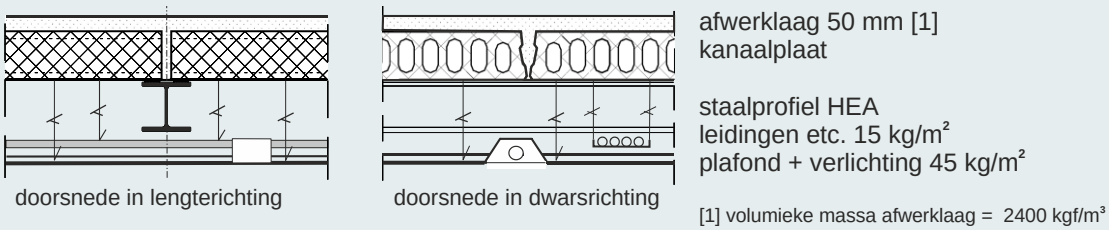
[kg/m³] worden omgerekend naar het volumieke *gewicht* [kN/m³]: 1 kg/m³ komt overeen met 0,01 kN/m³. Het volumieke gewicht dient vervolgens met de laagdikte te worden vermenigvuldigd om de belasting in kN/m² te krijgen:

→ *belasting in kN/m² = de laagdikte in meters maal de belasting in kN/m³.*

S

B

In Figuur 9 zijn voor de constructie de elementen van de rustende belasting schetsmatig weergegeven.



Figuur 9 - Opbouw betonnen kanaalplaatvloer.

Van boven naar beneden zien we allereerst een afwerklaag van 50 mm. De volumieke massa van het materiaal van de afwerklaag bedraagt 2400 kg/m³ →

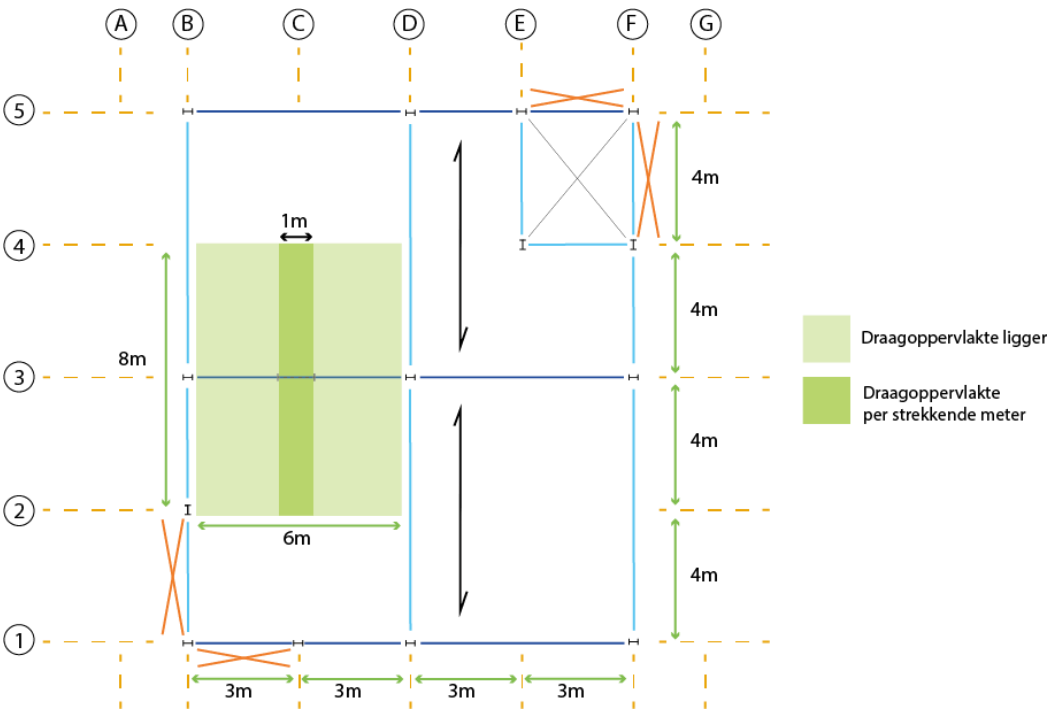
Gewicht afwerklaag = 0,05m×2400 kg/m³ = 120 kg/m² → 0,01×120 = 1,2 kN/m².

Vervolgens zien we de kanaalplaat. Kanaalplaten zijn prefab-elementen. De afmetingen hangen af van de overspanning van en de belasting op de platen en van de gebouwfunctie. Wanneer deze bekend zijn, kan de fabrikant eenvoudig bepalen welke platen nodig zijn. De **overspanning** bedraagt hier **8 meter** *(dat is dus de hart-op-hart-afstand van de hoofdliggers!)*.

Bezien we de afbeelding, dan is het gemakkelijk in te zien dat de kanaalplaat behalve een opgelegde belasting van **3 kN/m²** ook de afwerklaag, de leidingen, het plafond en de verlichting moet dragen. De massa van plafond en installatie bedraagt in totaal 15 + 45 = 60 kg/m². Het gewicht wordt dan → **0,01×60 = 0,6 kN/m²**. De totale belasting op de kanaalplaten wordt dan: **3 kN/m² + 1,2 kN/m² + 0,6 kN/m² = 4,8 kN/m²**. Aan de fabrikant kunnen deze gegevens worden doorgegeven. Voor een ontwerpberekening stelt de fabrikant vaak tabellen of grafieken ter beschikking. In bijlage 2 is een dergelijke grafiek weergegeven. Op de verticale as zetten we de belasting van **4,8 kN/m²** af en op de horizontale as de overspanning van **8 meter**. Het snijpunt van beide lijnen ligt tussen de plaat met een dikte van 150 mm en die met een dikte van 200 mm. We hebben voor ons gebouw derhalve een plaatdikte van 200 mm nodig. In bijlage 2 vinden we tevens het gewicht van deze plaat: **3,1 kN/m²**.

De totale blijvende belasting van de vloer is dus **3,1 kN/m² + 1,2 kN/m² + 0,6 kN/m² = 4,9 kN/m²**.

De gevonden belasting per vierkante meter [kN/m²] moet worden omgezet naar een lijnlast op de ligger oftewel een belasting per strekkende meter ligger [kN/m']. Om de grootte daarvan te bepalen gebruiken we de schematische DC-plattegrond (Figuur 10). Op de ligger tekenen we een afstand van 1 meter en arceren we het oppervlak dat door deze meter ligger wordt gedragen. De grootte van dit oppervlak is gelijk aan *twee keer de halve h.o.h.-afstand van de liggers* maal 1 meter. De *belasting per strekkende meter [kN/m] wordt dan (a1+a2)/2 [m] maal de belasting per vierkante meter [kN/m²].* (Voor randliggers geldt uiteraard één keer de halve h.o.h.-afstand.)



Figuur 10 - Schematische Draagconstructieplattegrond met belasting per strekkende meter van de ligger.

Voor een stalen ligger met een h.o.h. afstand van 8 meter geldt: $\boldsymbol{q_{rb}}$ = (8m + 8m)/2×4,9 kN/m²= **39,2 kN/m**. S

Bij een betonnen ligger is de rustende belasting op die ligger uiteraard dezelfde als die op de stalen ligger: $\boldsymbol{q_{rb}}$ = **39,2 kN/m**. B

$\boldsymbol{q_{ob}}$ Ook de opgelegde belasting is gegeven in kN/m². Om hier een belasting per strekkende meter ligger (Figuur 10) van te maken, moet deze eveneens worden vermenigvuldigd met *twee maal de halve h.o.h. spantafstand → veranderlijke belasting in kN/m = (a1+a2)/2 [m] maal opgelegde belasting [kN/m²].*

Voor de belasting op de stalen ligger geldt: $\boldsymbol{q_{vb}}$ = $\boldsymbol{q_{ob}}$ = (8m+8m)/2×3kN/m = **24 kN/m**. S

Voor de betonnen ligger geldt eveneens: $\boldsymbol{q_{vb}}$ = $\boldsymbol{q_{ob}}$ = (8m+8m)/2×3kN/m = **24 kN/m**. B

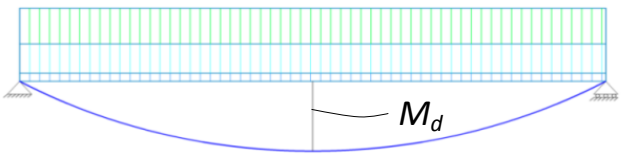
3.2 Controle Uiterste Grenstoestand ligger (sterkte)

Met de hiervoor bepaalde belastingen kunnen we de sterkte en de stijfheid berekenen. Voor de sterkte moeten we de Uiterste GrensToestand (UGT) controleren. Voor een ligger op twee steunpunten bepalen we hiervoor de maximaal optredende buigspanning: σ_m (Figuur 11). Deze moet kleiner zijn dan de sterkte, oftewel: $\sigma_m \leq f_{m;d}$.

De buigspanning $\sigma_m = \frac{M_d}{W}$, waarin W het hiervoor al bepaalde weerstandsmoment is en M_d het maximale moment in het midden van de overspanning. Voor het maximale moment geldt:

$$M_d = \tfrac{1}{8} q l^2.$$

Hierin is ℓ de lengte van de ligger en q de totale lijnlast. *Wees consequent met de eenheden!*



Figuur 11 - Maximaal Moment.

Voor de UGT geldt dat we de Fundamentele Belastingcombinatie (FC) moeten toepassen. De belastingen moeten worden vermenigvuldigd met een partiële factor γ_f (vroeger belastingfactoren genoemd) om extra veiligheid te krijgen. Deze factoren hangen af van de veiligheidsklasse van het gebouw en de aard van de belasting. γ_{Gf} en γ_{Qf} zijn de partiële factoren voor respectievelijk de blijvende belasting en de veranderlijke belasting.

In de Eurocode 1990 is aangegeven dat de blijvende belasting mag worden gereduceerd met een verminderingsfactor ξ. Deze is in de Nationale Bijlage bij de Eurocode vastgesteld op 0,89. Voor de meeste gebouwen (waaronder kantoren) geldt dat γ_{Gf} = 1,35 en γ_{Qf} = 1,5. De veiligheidsfactor voor de blijvende belasting wordt met de verminderingsfactor 0,89 × 1,35 = 1,2 (de waarde van de vroegere belastingfactor voor de permanente belasting). Deze waarde nemen we verder als partiële factor voor de blijvende belasting. Voor het kantoorgebouw geldt dus: $\boldsymbol{q_{UGT}}$ = **1,2** $\boldsymbol{q_{bb}}$ + **1,5** $\boldsymbol{q_{vb}}$ (zie bijlage 3 voor andere gebouwtypen). Met deze grootheden kunnen we het moment en daarmee de buigspanning berekenen en vervolgens de sterkte controleren door de unity check (U.C.) te doen:

$$\text{U.C.} = \frac{\sigma_m}{f_{m;d}} \leq 1$$

Is U.C. > 1 dan moeten we een zwaarder profiel nemen. Voor de W_{nodig} van het nieuw te nemen profiel geldt:

$$W_{nodig} = U.C. \times W_{oud}$$

S

Voor de stalen ligger geldt:

q_{UGT} = 1,2×(0,98 kN/m + 39,2 kN/m) + 1,5×24 kN/m = 84,2 kN/m.

M_d = ⅛ q_{UGT} ℓ^2= 84,2 kN/m×6² / 8 = 379,0 kNm = 379×10⁶ Nmm.

σ_m = M_d / W = 379×10⁶ / 1479×10³ = 256,2 N/mm². (let op de eenheden!)

$f_{m;d}$ = 235 N/mm². → U.C. = σ_m / $f_{m;d}$ = 256,2 N/mm² / 235 N/mm² = 1,1 > 1. Voldoet niet.

Het profiel is te licht. We hebben een zwaarder profiel nodig met een grotere W.
W_{nodig} = 1,1×1479×10³ = 1612,6×10³ mm³.
Hierbij hoort een HE340A met g = 1,05 kN/m, W = 1678×10³ mm³ en I = 27693×10⁴ mm⁴.
Als we de constructiehoogte willen beperken, kunnen we ook kiezen voor een HEB profiel (HE300B) of voor een hogere sterkteklasse (S355; zie bij controle BGT).

B

Voor de betonnen ligger geldt:

q_{UGT} = 1,2×(4,5 + 39,2) + 1,5×24= 88,4 kN/m.

M_d = ⅛ q_{UGT} ℓ^2= 88,4 kN/m×6² / 8 = 398,0 kNm = 398×10⁶ Nmm.

σ_m = M_d / W = 398×10⁶ Nmm / 18×10⁶ = 22,06 N/mm². (let op de eenheden!)

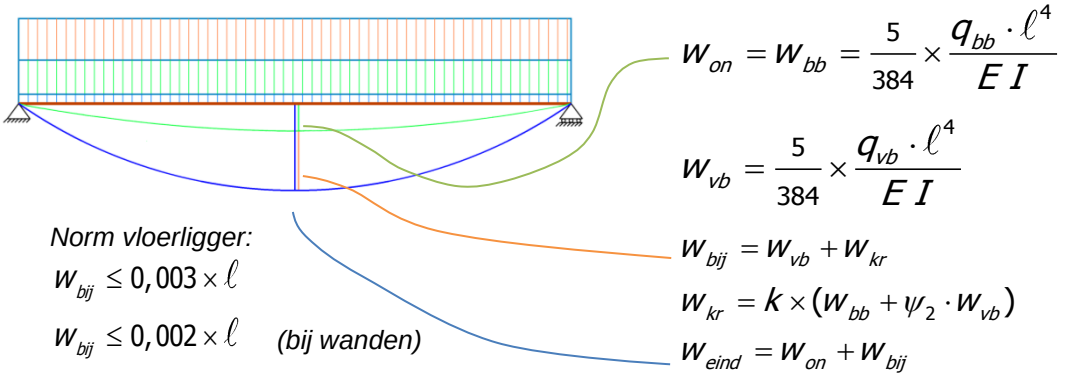
$f_{m;d}$ = 20 N/mm². → U.C. = σ_m / $f_{m;d}$ = 22,1 / 20 = 1,1 > 1. Voldoet niet.

Hieruit blijkt dat de balk te licht is. We hebben een zwaardere balk nodig met een grotere *W*.
$\boldsymbol{W_{nodig}}$ **= 1,1×18,0×10⁶ = 19,80×10⁶ mm³**. Hierbij hoort een minimale doorsnede van **630×300 mm²** met **g = 4,73 kN/m**, **W = 19,85×10⁶ mm³** en **I = 6251,2×10⁶ mm⁴**.
Als we de constructiehoogte willen beperken, kunnen we kiezen voor (prefab)beton met een hogere sterkteklasse. C35/45 met een $f_{m;d} = f_{c;d}$ = **23,3 N/mm²**. Bij deze sterkteklasse voldoet de ligger **600×300 mm²**.

3.3 Controle Bruikbaarheidsgrenstoestand ligger (stijfheid)

Voor de stijfheid controleren we de Bruikbaarheidsgrenstoestand (BGT) oftewel de stijfheid van de ligger. De stijfheid bepaalt de grootte van de doorbuiging: hoe stijver de ligger des te geringer de doorbuiging. Voor een scharnierend opgelegde ligger geldt de formule: $w = \frac{5}{384} \cdot \frac{q\ell^4}{EI}$.

Voor de BGT bestaan twee controles: de bijkomende doorbuiging w_{bij} en de doorbuiging in de eindtoestand w_{max}. De eis van de maximale doorbuiging is een esthetische eis, terwijl die voor de bijkomende doorbuiging meer een eis van welbevinden is: voelt men zich wel zeker als een ligger teveel doorbuigt. Bovendien kan een te grote w_{bij} leiden tot schade in op de vloer geplaatste wanden, terwijl ook de afwerklaag van de vloeren zou kunnen scheuren.
De maximale doorbuiging w_{max} is de totale vervorming w_{eind} t.g.v. de belasting, inclusief eventuele *kruip*, vermindert met een eventueel aangebrachte zeeg: $w_{max} = w_{eind}$ - zeeg.
Een zeeg is een vooraf aangebrachte opbuiging ter vermindering van de doorbuiging t.g.v. de blijvende belasting $w_{bb} \equiv w_{on}$. $w_{eind} = w_{on} + w_{bij}$. Kruip treedt bij onder meer hout en beton op onder langdurig aanwezige belasting. Dit is de blijvende belasting en dat deel van de veranderlijke (opgelegde) belasting dat vrijwel permanent aanwezig is. De bijkomende doorbuiging is de vervorming die optreedt door de veranderlijke belasting en de eventuele kruip: $w_{bij} = w_{vb} + w_{kr}$. Er is een relatie tussen de kruip en de blijvende en quasi blijvende belasting. De kruip wordt uitgedrukt als: $w_{kr} = k \times (w_{bb} + \psi_2 . w_{vb})$. Hierin is k = kruipfactor; ψ_2 = quasi blijvende belasting factor. In Figuur 12 is een en ander samengevat.



Figuur 12 - Onmiddellijk optredende en bijkomende doorbuiging en doorbuiging in eindtoestand.

De factor ψ_2 hangt af van de gebouwfunctie. Voor kantoren (maar ook voor woongebouwen) geldt ψ_2 = 0,3 (zie Nationale Bijlage NEN-EN 1990 Eurocode Tabel NB.2 – A1.1). Staal heeft een kruipfactor k = 0 (en dus w_{kr} = 0). Voor hout geldt dat k = 0,8 (klimaatklasse 2) en daarmee wordt $w_{kr} = w_{vb} + 0,8 \times (w_{bb} + 0,3 \cdot w_{vb})$.

Bij gewapend beton wordt de doorbuiging niet alleen vergroot door kruip maar ook door scheurvorming in de trekzone van het beton. De berekening hiervan is vrij ingewikkeld en overstijgt het doel van deze handleiding. Een redelijke benadering voor droog beton krijgen we met een kruipfactor $k = 3$: $w_{kr} = w_{vb} + 3\times(w_{bb} + 0{,}3\cdot w_{vb})$.

Bij staal is de elasticiteitsmodules onafhankelijk van de sterkteklasse. Bij hout is deze niet alleen afhankelijk van de sterkteklasse maar ook van de vezelrichting en de grenstoestand. Voor de doorbuiging van een houten balk moeten we $E_{0;ser;rep}$ gebruiken (zie de tabel in Bijlage 4). Ook bij beton hangt de elasticiteitsmodules af van de sterkteklasse. Voor gewapend beton moeten we de waarde voor E_{cm} gebruiken.

Voor een vloerligger luidt de algemene eis $w_{bij} \leq w_{bij;\,norm} = 0{,}003 \times \ell$. Bevindt de ligger zich ter plaatse van een wand of in de gevel, dan geldt: $w_{bij} \leq w_{bij;\,norm} = 0{,}002 \times \ell$.

De unity check wordt daarmee: $U.C. = \dfrac{w_{bij}}{w_{bij,norm}} \leq 1$.

Is U.C. > 1 dan moeten we een zwaarder profiel nemen.
Voor de I_{nodig} van het nieuw te nemen profiel geldt: $I_{nodig} = U.C. \times I_{oud}$.
De formules voor W_{nodig} en I_{nodig} kunnen we ook gebruiken als zowel voor de UGT als voor de BGT de U.C. **<<** 1. We kunnen dan met een slanker, dus goedkoper profiel volstaan. De grootste van de beide waarden van U.C. geldt dan uiteraard als uitgangspunt.

We merken nog op dat voor de maximale doorbuiging van een vloer geldt: $u_{max} \leq 0{,}004 \times \ell$. Voor een dakligger moeten zowel de w_{bij} als de w_{eind} kleiner zijn dan $0{,}004 \times \ell$.
Let op: *Een dakterras moet als een vloer worden beschouwd!*

S

Voor de doorbuiging van de stalen ligger geldt dat de bijkomende doorbuiging wordt bepaald door alleen de veranderlijke belasting. Alle benodigde gegevens zijn hiervoor al bepaald.

$$w_{bij} = \frac{5}{384}\cdot\frac{q_{vb}\cdot\ell^4}{E\cdot I}\cdot = \frac{5}{384}\times\frac{24\times 6000^4}{210\cdot 10^3\times 27690\cdot 10^4} = 7{,}0 \text{ mm} \quad \text{(Let op de eenheden!)}$$

$w_{norm} = 0{,}003 \times \ell = 0{,}003 \times 60000$ mm = 18 mm (ligger in vloerveld zonder wanden).

$$U.C. = \frac{w_{bij}}{w_{norm}} = \frac{8{,}4}{18} = 0{,}4 \leq 1$$

Duidelijk is te zien dat voor de stalen ligger de sterkte maatgevend is. Voor wat betreft de doorbuiging zouden we met een slanker profiel uit de voeten kunnen. Toepassing van een *hogere sterkteklasse* van staal, bijvoorbeeld S355, is hier lonend en bovendien meer duurzaam!

Voor de doorbuiging voldoet een ligger met een $I_y = U.C.\times I_{y,oud} = 0{,}4 \times 276{,}9\cdot 10^6 = 110{,}8\cdot 10^6\ mm^4$.
Bij toepassing van de sterkteklasse S355 krijgen we een $U.C. = \frac{256{,}2}{355} = 0{,}7$. Aan de sterkte-eis voldoet een ligger met een $W_y = U.C.\times W_{y,oud} = 0{,}7 \times 1479\cdot 10^3 = 1035\cdot 10^3\ mm^3$.
Een HE300A sterkteklasse S355 voldoet aan beide eisen en wordt dan ook toegepast. Dit profiel heeft een gewicht van 0,88 kN/m.

B

Bij een betonnen ligger moeten we rekening houden met kruip (en een gescheurde doorsnede). Hiervoor geldt k = 3 en voor een kantoor $\psi_2 = 0{,}3$. Voor C30/37 geldt E_{cm}.= 33000 N/mm².

$$w_{bb} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_{bb}\,\ell^4}{E_{cm}\,I_y} = \frac{5}{384} \times \frac{(4,73 + 39,2) \times 6000^4}{33000 \times 6251,2 \cdot 10^6} = 3,6 \text{ mm}$$ (Let op de eenheden!)

$$w_{vb} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_{vb}\,\ell^4}{E_{cm}\,I_y} = \frac{5}{384} \times \frac{24 \times 6000^4}{33000 \times 6251,2 \cdot 10^6} = 2,0 \text{ mm}$$

$w_{bij} = w_{vb} + 3 \times (w_{bb} + 0,3 \cdot w_{vb}) = 2,0 + 3 \times (3,6 + 0,3 \times 2,0) = 14,6$ mm.

$w_{bij\,norm} = 0,003 \times \ell = 0,003 \times 60000$ mm = 18 mm (ligger in vloerveld zonder wanden).

$$U.C. = \frac{w_{bij}}{w_{bij\,norm}} = \frac{14,6}{18} = 0,81 \geq 1 \cdot$$

We zien dat de sterkte maatgevend is. Met sterkteklasse C35/45 voldoet een ligger b×h = 300×600 mm². Gewoonlijk worden de dwarsafmetingen afgerond op eenheden van 50 mm. Mede daarom kiezen we voor de ligger met sterkteklasse C35/45. Deze ligger heeft een gewicht van 0,3m×0,6m×25kN/m³ = 4,5 kN/m.

4. Globale dimensionering kolom

Ook voor kolommen bestaan er vuistregels (tabel 4), maar vooral voor deze elementen kunnen de werkelijk benodigde afmetingen zeer sterk afwijken van die gevonden met deze vuistregels. De dimensies van de kolom zijn sterk afhankelijk van de kniklengte. Er is echter een groot verschil of een kolom een heel gebouw met veel verdiepingen moet dragen of alleen het dak. Vaak is de kolom op de begane grond de 'maatgevende' kolom. Een slanke kolom met grote kniklengte zou ook maatgevend kunnen zijn ook al bevindt deze zich niet op de begane grond.

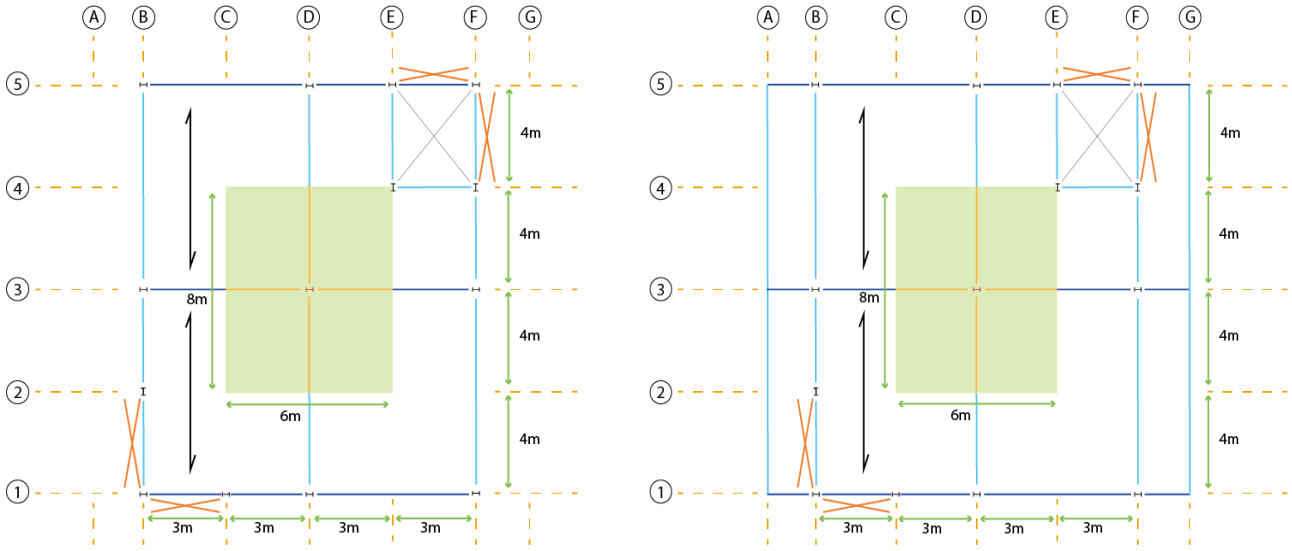
Tabel 4 - Vuistregels

	hout		staal		beton	
	gezaagd	gelamineerd	HE	buis	t.pl. gestort	prefab
b_{kolommen}	$\frac{1}{20}\ell_c$	$\frac{1}{20}\ell_c$	$\frac{1}{15}\ell_c$	$\frac{1}{25}\ell_c$	$\frac{1}{10}\ell_c$	$\frac{1}{10}\ell_c$

Let er op dat voor de b en voor de I altijd de zwakste richting moet gelden: Bij HE-profielen nemen we dus *niet* de profielhoogte maar de breedte van het profiel en de I_z. Juist die richting is het zwakst en (meestal) maatgevend voor uitknikken.

We gaan voor het kantoor de kolom D3 onder de 1ste verdieping dimensioneren en controleren. Om de controle uit te kunnen voeren, moeten we weten welke belasting de kolom moet dragen. Daarvoor maken we eerst een *belastingschema* en vervolgens een *gewichtsberekening* die we in tabelvorm weergeven.

Het belastingschema bestaat uit alle schematische DC-plattegronden (of een 3D tekening) waarop de betreffende kolom en alle daarop rustende constructiedelen zijn aangeduid. Kolommen en liggers eventueel met een kleur en het vloeroppervlak door een arcering. Alle liggers binnen de gearceerde gebieden dragen hun belasting af aan de kolom. We geven ook de lengtematen weer, zodat de totale belasting die door de kolom moet worden gedragen gemakkelijk is te bepalen. Bij het belastingschema hoort ook het verzamelen van de belastingen op de kolom.



Figuur 13 - Belastingschema van de te controleren kolom (links verdieping 1 en 2, rechts verdieping 3 en het dak)

De rustende belasting op de ligger en de opgelegde belasting zijn bij de controleberekening van de ligger al bepaald. We vonden daar 3kN/m² voor de opgelegde vloerbelasting en 4,9 kN/m² voor de rustende belasting op de ligger. Als liggers gebruiken we de liggers die met de controleberekening zijn gevonden. Voor de staalconstructie een HE300A, sterkteklasse S355, met een gewicht van 0,88 kN/m. S

Voor de betonconstructie een ligger van 300 mm bij 600 mm, gemaakt van beton met een sterkteklasse C35/45 en een gewicht 4,5 kN/m. B

Gemakshalve gaan we er van uit dat de blijvende belasting van het dak gelijk is aan die van de vloeren. De dakliggers zijn gelijk aan die in de vloer. Afhankelijk van de dakbedekking zal het verschil niet groot zijn. Voor een niet als terras gebruikt dak moet volgens de Eurocode voor elke 10 m² dakoppervlak een opgelegde belasting van 1 kN/m² worden genomen. Voor het dak in zijn geheel mag een lagere opgelegde belasting worden genomen. Toch kiezen voor een opgelegde belasting van 1 kN/m². Dit biedt tevens de mogelijkheid voor het plaatsen van zonnepanelen (PV-panelen) of het aanbrengen van een lichte sedumbeplanting.

Tabel 5 - belasting vloerconstructies

	Opgelegde belasting		Rustende belasting		Gewicht ligger	
	vloer kN/m²	dak kN/m²	vloer kN/m²	dak kN/m²	vloer kN/m	dak kN/m
staalskelet	3	1	4,9	4,9	0,88	0,88
betonskelet	3	1	4,9	4,9	4,5	4,5

De staalconstructie heeft voor de kolommen een HEA-profiel. De zwaarst belaste kolom is de middenkolom op de begane grond (zie Figuur 13). Met de vuistregels (tabel 4) bepalen we globaal welke afmetingen de kolom moet hebben. De daarbij behorende gegevens noteren we weer in een tabel. S

Tabel 6 - Gegevens stalen HEA-profiel

b_{kolom} [mm]	Profielnr.	Gewicht [N/mm]	A [mm²]	I_z [mm⁴]	Sterkte -klasse	Sterkte [N/mm²]	E-modulus [N/mm²]
240	HE240A	0,603	7680	27690000	S235	235	210×10^3

Ook voor een betonnen kolom moeten we de gegevens verzamelen. Het meest voor de hand ligt een vierkante kolom. Bij gebruik van de vuistregel krijgen we een kolom: 3600/10 = 360 mm. Het gewicht van de kolom wordt daarmee 0,36m × 0,36m × 25 kN/m³ = 3,24 kN/m. B
Als elasticiteitsmodules moeten we hier volgens de norm de rekenwaarde E_{cd} gebruiken.

Tabel 7 - Gegevens betonkolom

b_{kolom} [mm]	Profiel [mm²]	Gewicht [N/mm]	A [mm²]	I_z [mm⁴]	Sterkte-klasse	Sterkte [N/mm²]	E-modulus [N/mm²]
360	360×360	3,24	129600	$1399{,}7\times10^6$	C30/37	20	$27{,}5\times10^3$

4.1 Gewichtstabel

De belasting komt schematisch gezien als een puntlast op de kolom. Alle belastingen moeten dus naar een belasting in kN worden omgezet. Dit kan gestructureerd worden uitgevoerd met een *gewichtstabel*. Hierin worden alle belastingen op de kolom, per verdieping uitgerekend. De volgende pagina's tonen een gewichtstabel voor respectievelijk de *stalen* en de *betonnen* kolom.

Gewichtstabel	**kolom onder 1ste verdieping**											LET OP DE EENHEDEN!
staal			profiel :	**HE240A**				Oppervlak doorsnede:		**7680**		mm^2
	lengte (hoogte) [m]		breedte [m]		bel./m^2 of bel./m		blijv. belast. [kN]	tot.blijv. per verd. [kN]	verand. belast. [kN]		fact. Ψ_0	Te reken. ver. bel. [kN]
Dak												
Opgelegde belasting =	6	x	8	x	1	=	→		48	x	**0**	= **0**
Gew. dakconstr. =	6	x	8	x	4,9	=	235,2					
Gewicht ligger =	6	x			0,88	=	5,28					
Gewicht kolom =	3,6	x			0,603	=	2,17	+				
							--->	**242,65**				
3de verdieping												
Opgelegde belasting =	6	x	8	x	3	=	→		144	x	**1**	= **144**
Gew. vloerconstr. =	6	x	8	x	4,9	=	235,2					
Gewicht ligger =	6	x			0,88	=	5,28					
Gewicht kolom =	3,6	x			0,603	=	2,17	+				
							--->	**242,65**				
2de verdieping												
Opgelegde belasting =	6	x	8	x	3	=	→		144	x	**1**	= **144**
Gew. vloerconstr. =	6	x	8	x	4,9	=	235,2					
Gewicht ligger =	6	x			0,88	=	5,28					
Gewicht kolom =	3,6	x			0,603	=	2,17	+				
							--->	**242,65**				
1ste verdieping												
Opgelegde belasting =	6	x	8	x	3	=	→		144	x	**0,5**	= **72**
Gew. vloerconstr. =	6	x	8	x	4,9	=	235,2					
Gewicht ligger =	6	x			0,88	=	5,28					
Gewicht kolom =	3,6	x			0,603	=	2,17	+				
							--->	**242,65**	+			+
totaal in kN =							blijvende belasting = G:	**970,6**	verand. bel. = Q:			**360**
							partiële factor γ_G:	**1,2**	part. factor γ_Q:			**1,5**
Totale belasting UGT:	$F_d = \gamma_G \times G + \gamma_Q \times Q =$						**1704,7**	kN	$\sigma_{c;d} =$			**222,0** N/mm^2

Gewichtstabel **kolom onder 1ste verdieping** LET OP DE EENHEDEN!

beton profiel : 360 x 360 oppervlak doorsnede: 129600 mm^2

	lengte (hoogte) [m]		breedte [m]		bel./m^2 of bel./m		blijv. belast. [kN]	tot.blijv. per verd. [kN]	verand. belast. [kN]		fact. ψ_0		Te reken. ver. bel. [kN]
Dak													
Opgelegde belasting =	6	x	8	x	1	=	→		48	x	0	=	0
Gew. dakconstr. =	6	x	8	x	4,9	=	235,2						
Gewicht ligger =	6	x			4,50	=	27,0						
Gewicht kolom =	3,6	x			3,24	=	11,7	+					
							--->	273,9					
3de verdieping													
Opgelegde belasting =	6	x	8	x	3	=	→		144	x	1	=	144
Gew. vloerconstr. =	6	x	8	x	4,9	=	235,2						
Gewicht ligger =	6	x			4,50	=	27,0						
Gewicht kolom =	3,6	x			3,24	=	11,7	+					
							--->	273,9					
2de verdieping													
Opgelegde belasting =	6	x	8	x	3	=	→		144	x	1	=	144
Gew. vloerconstr. =	6	x	8	x	4,9	=	235,2						
Gewicht ligger =	6	x			4,50	=	27,0						
Gewicht kolom =	3,6	x			3,24	=	11,7	+					
							--->	273,9					
1ste verdieping													
Opgelegde belasting =	6	x	8	x	3	=	→		144	x	0,5	=	72
Gew. vloerconstr. =	6	x	8	x	4,9	=	235,2						
Gewicht ligger =	6	x			4,50	=	27,0						
Gewicht kolom =	3,6	x			3,24	=	11,7	+					
							--->	273,9					
									+				+

totaal in kN =	blijvende belasting = G:	1095,6	ver. bel. = Q:	360	
	partiële factor γ voor G:	1,2	part. factor γ voor Q:	1,5	
Totale belasting UGT:	$F_d = \gamma_G \times G + \gamma_Q \times Q =$	1854,7	kN	$\sigma_{c;d}$ = 14,3	N/mm^2

Het gewicht van kolommen en liggers (gegeven in kN per m) moet worden vermenigvuldigd met resp. de *verdiepingshoogte* h en de *liggerlengte* ℓ om een puntlast te krijgen: kN/m → kN. De opgelegde belasting en de blijvende vloerbelasting worden bepaald in kN/m². Deze moeten daarom worden vermenigvuldigd met het *oppervlak* in m² dat door de betreffende kolom wordt gedragen: [kN/m² → kN]. Om het berekenen te vergemakkelijken, plaatsen we de tabel in een spreadsheet.

Volgens de normcommissie is de kans dat alle vloeren extreem worden belast vrijwel nihil. Daarom heeft men voor de veranderlijke belasting de combinatiefactor ψ_0 geïntroduceerd (vroeger momentaanfactor genoemd). Dit is een reductiefactor die voor *op* ***twee*** *na* alle verdiepingen dient te worden gebruikt. *Bij de twee verdiepingen die de grootste bijdrage aan de veranderlijke belasting (in kN!) leveren, moet deze extreem worden genomen* ($\psi_0 = 1$).

Voor de andere vloeren is ψ_0 afhankelijk van het gebruik van de verdieping. Voor kantoren geldt volgens de Nationale Bijlage bij de Eurocode $\psi_0 = 0{,}5$. Voor het dak mag zelfs $\psi_0 = 0$ worden genomen (tenzij we de kolom onder het dak of die onder de bovenste verdieping beschouwen). De formule voor de totale belasting op de kolom wordt:

$$F_{c;d} = F_d = \gamma_{Gf} \Sigma \text{ blijvende belasting} + \gamma_{Qf} \Sigma (\psi_0 \times \text{veranderlijke belasting}).$$

γ_{Gf} en γ_{Qf} zijn de partiële factoren.

4.2 Controleberekening kolom (druksterkte)

Van de kolom gaan we de druksterkte controleren en het knikgetal n bepalen.

Voor de drukspanning geldt: $\sigma_{c;d} = \dfrac{F_{c;d}}{A} \leq f_{c;d}$

A is de oppervlakte van de doorsnede. $f_{c;d}$ is de druksterkte.

We kunnen ook hier de Unity Check uitvoeren: U.C. → $\dfrac{\sigma_{c;d}}{f_{c;d}} \leq 1$

Voldoet de sterkte niet, dan kunnen we de gevonden A vermenigvuldigen met de waarde van de U.C. om de benodigde doorsnede te krijgen → $A_{nodig} = U.C. \times A_{oud}$
Voor de stalen kolom is de totale belasting op de kolom volgens de gewichtstabel 1705 kN

S

$$\sigma_{c;d} = \frac{F_{c;d}}{A} = \frac{1704{,}7 \cdot 10^3}{7680} = 222 \text{ N/mm}^2$$

U.C. → $\dfrac{\sigma_{c;d}}{f_{c;d}} = \dfrac{222}{235} = 0{,}94 < 1$

Het gekozen profiel HE240A voldoet dus.

B

Uit de gewichtstabel blijkt dat de betonnen kolom op de begane grond (onder de eerste verdieping) 1854,5 kN moet dragen.

$$\sigma_{c;d} = \frac{F_{c;d}}{A} = \frac{1854{,}7 \cdot 10^3}{360 \times 360} = 14{,}3 \text{ N/mm}^2$$

U.C. → $\dfrac{\sigma_{c;d}}{f_{c;d}} = \dfrac{14{,}3}{20} = 0{,}72 < 1$

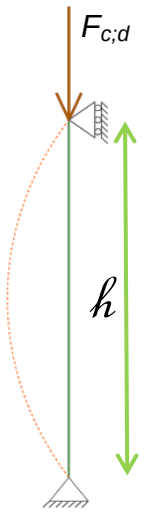
De gekozen afmetingen van de kolom voldoen hiermee. Voor een vierkante doorsnede is minimaal een dikte nodig van $\sqrt{U.C.\times A} = \sqrt{0{,}72 \times 360 \times 360} = 305\ mm$. Deze afmeting is niet praktisch. Een kolom van 300×300 mm² geniet de voorkeur. Deze afmeting is mogelijk bij toepassing van sterkteklasse C35/45 met een druksterkte van f_c = 23,3 N/mm²: $\sigma_{c;d} = \frac{F_{c;d}}{A} = \frac{1854{,}5}{300\times300} = 20{,}6 < 23{,}3$.

4.3 Bepaling knikgetal n

Knik is een gevaarlijke vorm van bezwijken, die vrij plotseling optreedt. Dit probleem werd al lang geleden onderkend. In 1744 kwam de Zwitserse geleerde Leonard Euler met de volgende formule:

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{\ell_{cr}^2}.$$

F_{cr} (of F_E) wordt de Eulerse of ook wel de kritische knikkracht genoemd. E is de Elasticiteitsmodulus, I het kwadratisch oppervlaktemoment *(in de zwakste richting!)* en ℓ_{cr} de kniklengte. In een geschoord gebouw met scharnierverbindingen tussen kolommen en liggers is de kniklengte van de kolom gelijk aan de verdiepingshoogte: $\ell_{cr} = h$. (zie Figuur 14)
Wil een constructie veilig zijn voor knik, dan moet de maximaal optredende belasting kleiner zijn dan de knikbelasting. Hoeveel kleiner hangt mede af van de wijze waarop de kolom wordt belast. De verhouding tussen de knikkracht en de totale extreme belasting op de kolom noemen we het *knikgetal* $\boldsymbol{n}$ → $n = \frac{F_{cr}}{F_{c;d}}$.



Figuur 14: Knik.

Om aan de veilige kant te blijven, eisen we dat het knikgetal $n = \frac{F_{cr}}{F_{c;d}} \geq 5$.

Deze relatief hoge waarde is nodig om alle imperfecties als scheefstand en een licht gekromd zijn, maar ook om een enigszins excentrische aansluiting van liggers aan de kolom te compenseren. Buiging in een kolom leidt tot sneller uitknikken.

Voor de Unity Check geldt: U.C. → $\frac{5\times F_{c;d}}{F_{cr}} \leq 1$

Is U.C. < 1 dan is er een groter profiel nodig met een grotere knikkracht. I_z is de variabele in de formule van de knikkracht. Om het benodigde kwadratisch oppervlaktemoment te bepalen moeten daarom het I_{oud} vermenigvuldigen met de U.C. Bij het op deze wijze gevonden I_{nodig} kunnen we vervolgens het nieuwe profiel zoeken.
Let er op dat zowel de sterktecontrole als het knikgetal moeten voldoen!

S

Voor een kolom van een HE240A profiel geldt:

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{\ell_{cr}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 27{,}69 \cdot 10^6}{3600^2} = 4428{,}3 \cdot 10^3 N$$

$$n = \frac{F_{cr}}{F_{c;d}} = \frac{4428{,}3 \cdot 10^3}{1705 \cdot 10^3} = 2{,}6 < 5$$

U.C. → $\frac{5 \times F_{c;d}}{F_{cr}} = \frac{5 \times 1705 \cdot 10^3}{4428{,}3 \cdot 10^3} = 1{,}92 > 1$ -> Voldoet niet.

Het knikgetal is te klein, waardoor er niet voldoende veiligheid is. Er is een groter profiel nodig.

$I_{z\,\text{nodig}} = 1{,}92 \times I_{z\,\text{oud}} = 1{,}92 \times 27{,}69 \times 10^6\ \text{mm}^4 = 52{,}6 \times 10^6\ \text{mm}^4$. Hieraan voldoet een HE300A die ruim voldoende knikveiligheid bezit. Een hogere sterkteklasse is hier niet zinvol.

B

Voor de betonnen kolom 360 × 360 mm² geldt:

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{\ell_{cr}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 27500 \cdot 1400 \cdot 10^6}{3600^2} = 29313 \times 10^3$$

$$n = \frac{F_{cr}}{F_d} = \frac{29313 \cdot 10^3}{1861{,}1 \cdot 10^3} = 15{,}7 \geq 5$$

U.C. → $\frac{5 \times F_{c;d}}{F_{cr}} = \frac{5 \times 1861{,}1 \cdot 10^3}{29313 \cdot 10^3} = 0{,}32 < 1$ -> Voldoet.

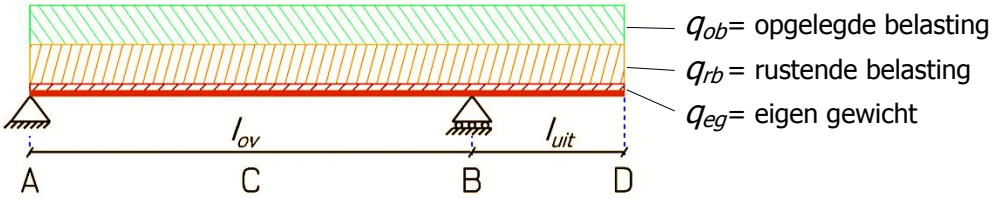
Het knikgetal geeft aan dat de kolom ruim voldoende veiligheid bezit tegen knik.

$I_{z\,benodigd} = U.C. \times I_z = 0{,}32 \times 1400 \cdot 10^6 mm^4 = 444 \cdot 10^6\ mm^4$.

Een kolom van 300 × 300 mm² met een $I_z = \frac{1}{12} \cdot 300^4 = 675 \cdot 10^6\ mm^4$ zal dus ook ruimschoots voldoen. Betonnen kolommen zijn door hun relatief grote oppervlak vaak voldoende knikveilig.

5. Uitkragende liggers

Bij een uitkragende ligger wordt minimaal één van de beide uiteinden niet ondersteund. Het betreffende steunpunt is iets naar het midden van de ligger verplaatst. Uitkragende liggers worden bijvoorbeeld toegepast bij een overstek van een gebouw, bij galerijen, balkons en luifels. Uitkragende liggers kunnen worden gedimensioneerd met een vuistregel, waarna ze worden getoetst aan de norm. Voor het deel tussen de oplegpunten gelden dezelfde regels als voor een normale ligger op twee steunpunten:
$h_{ligger} =$
$\frac{1}{20} \times$
ℓ_{ov}. Met ℓ_{ov} duiden we de lengte van het liggerdeel tussen de steunpunten aan. Voor de $uitkraging$ kunnen we a
$\frac{1}{20} \times 2 \times$
ℓ_{uit} Het steunpunt bij de uitkraging moet het moment door kunnen geven naar het achterliggende deel. De door
$\frac{1}{3}\ell_{ov}$.
De uitkragende ligger moet vervolgens op sterkte en stijfheid worden gecontroleerd. Hiervoor verzamelen we de liggergegevens en bepalen we tevens de belasting op de ligger.

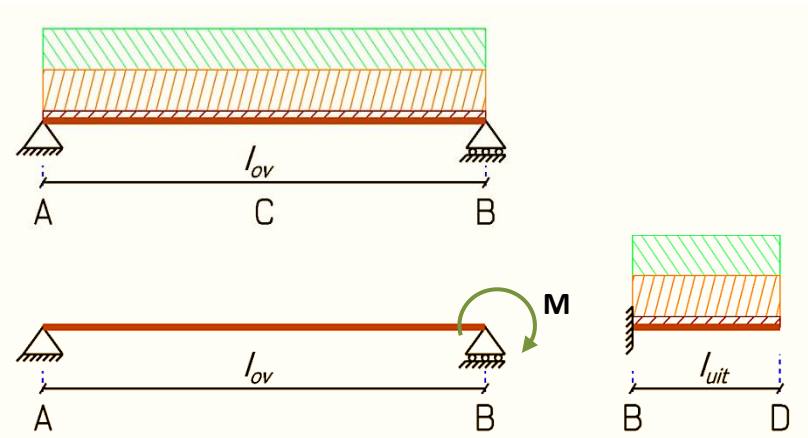


Figuur 15 - Uitkragende ligger met de verschillende belastingentypen.

De belasting op de ligger bestaat weer uit drie delen:
q_{eg} = het eigen gewicht van de ligger;.
q_{rb} = de rustende belasting op de ligger, bijv. gewicht vloerconstructie, plafond, opgehangen installaties, vloerafwerking enz.;.
q_{ob} = de opgelegde belasting op de ligger, vorm van veranderlijke belasting; q_{vb}.

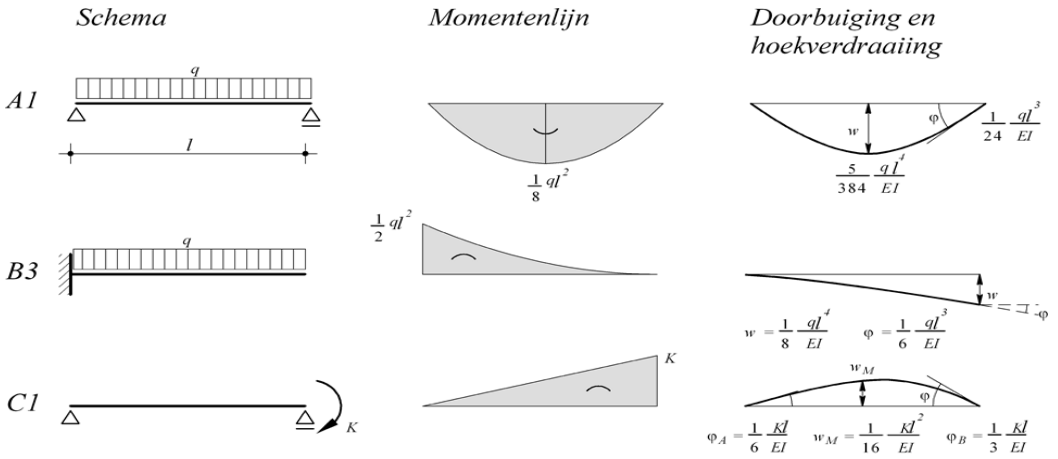
q_{eg} en q_{rb} vormen samen de blijvende (permanente) belasting: q_{bb}.

Voor wat betreft de buigspanning zijn er bij een uitkragende ligger twee extremen: het veldmoment bij C tussen de opleggingen en het steunpuntmoment bij de uitkraging. Voor het berekenen van deze extremen moeten we de ligger in twee delen verdelen: Een gewone ligger op twee steunpunten (A-B) en het uitkragende deel (B-D) dat bij de oplegging wordt geacht te zijn ingeklemd.



Figuur 16 - Opsplitsing uitkragende ligger in drie belastinggevallen.

Daardoor ontstaan drie belastinggevallen. Het uitkragende deel heeft immers geen echte inklemming, maar wat we noemen een verende inklemming. Door de belasting op het uitkragende deel ontstaat er een moment bij steunpunt B. Dit moment zal liggerdeel A-B doen opbuigen. Liggerdeel B-D ondergaat daardoor een hoekverdraaiing. Liggerdeel A-B wordt dus niet alleen belast door de belasting op dit liggerdeel, maar ook door een moment t.g.v. de belasting op de uitkraging. Door de ligger op deze wijze op te splitsen is het mogelijk om met behulp van formules op het formuleblad de spanningen en vervormingen te berekenen.



Figuur 17 - Te gebruiken formules voor een uitkragende ligger.

Voor de berekening hebben we de volgende formules voor krachtswerking nodig (met tussen [ ] het nummer op het formuleblad):

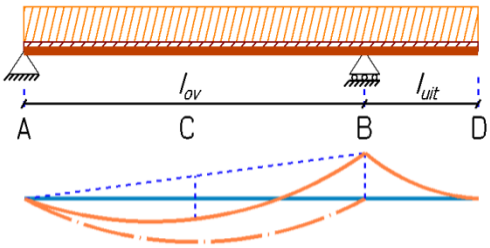
$$M_{veld} = ⅛ \cdot q_{UGT}\, \ell_{ov}^2 \;;\quad w_{veld} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_{BGT}\, \ell_{ov}^4}{EI} \quad \text{en} \quad \varphi = \frac{1}{24} \cdot \frac{q_{BGT} \ell_{ov}^4}{EI} \quad \text{[A1]}$$

$$M_{st.punt} = ½ \cdot q_{UGT} \ell_{uit}^2 \quad \text{en} \quad w_{uit\,1} = ⅛ \cdot \frac{q \ell_{uit}^4}{EI} \quad \text{[B3]}$$

$$\varphi = ⅓ \cdot \frac{K \ell_{ov}}{EI} \quad \text{[C1]} \quad \text{met } K = ½ \cdot q_{BGT} \ell_{uit}^2 \quad \text{en} \quad w_{uit\,2} = \ell_{uit} \times \varphi \quad \text{[B3]}$$

De belasting op liggerdeel A-B zal de uitkraging omhoog doen bewegen. De stijging van eindpunt D wordt: $w_{uit\,0} = \ell_{uit} \times \varphi$ met $\varphi = \frac{1}{24} \cdot \frac{q_{BGT}\, \ell_{ov}^3}{EI}$ [A1]

Deze opbuiging is over het algemeen kleiner dan de zakking ten gevolge van de veranderlijke belasting op de uitkraging. Merk op dat voor de q-last in deze formules in het algemeen verschillende waarden voor zowel q_{UGT} als voor q_{BGT} moeten worden ingevuld.



Figuur 18 - Momentenlijn eenzijdig uitkragende ligger.

Wanneer we naar de momentenlijn voor een lijnlast q op de ligger kijken, zien we dat de grootte van het steunpuntmoment volledig wordt bepaald door de belasting op de uitkraging. De momentenlijn van liggerdeel A-B wordt bij B als het ware omhoog getrokken van 0 tot de waarde van het steunpuntmoment ten gevolge van de belasting op de uitkraging. Het moment bij C in het midden van liggerdeel A-B zal zonder uitkraging gelijk zijn aan $M = ⅛ \cdot q\ell_{ov}^2$. Van dit moment bij C moet bij een eenzijdig uitkragende ligger de helft van het steunpuntmoment worden afgetrokken (zie afb.). Bij deze uitkragende ligger zal het maximale veldmoment niet in

het midden C van de overspanning A-B liggen maar iets meer naar het oplegpunt zonder uitkraging (A). Voor de ontwerpberekening volstaan we met het moment en de vervorming in het midden bij C.
De belasting op het deel tussen de steunpunten en de belasting op de uitkraging hebben een tegengestelde werking op het krachtenverloop in en de vervorming van de ligger. Voor de berekening moet daarom worden bekeken of een belasting gunstig of ongunstig werkt voor de spanning of de vervorming van het beschouwde deel. De te gebruiken belastingcombinatie moet zo ongunstig mogelijk worden gekozen om de extremen te vinden. Voor het bepalen van deze extremen onderscheiden we twee belastingcombinaties:

1. Extreme belasting alleen op het liggerdeel A–B (tussen de opleggingen) en gereduceerde belasting op de uitkraging B-D.
2. Extreme belasting alleen op de uitkraging B–D en gereduceerde belasting op liggerdeel A–B.

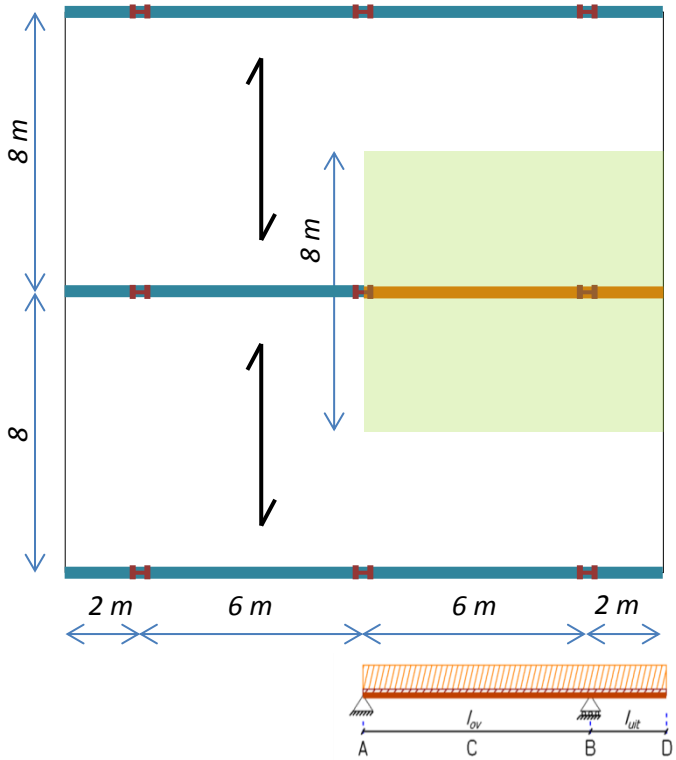
Evenals bij een ligger op twee steunpunten kijken we ook hier alleen naar de Eurocode eis voor de bijkomende doorbuiging. De gewone eis voor de bijkomende doorbuiging van een uitkraging is: $\boldsymbol{w_{bij,norm\,uit} = 0,003 \times 2\,\ell_{uit}}$

De strenge eis luidt: $\boldsymbol{w_{bij,norm\,uit} = 0,002 \times 2\,\ell_{uit}}$

De strenge eis geldt als de ligger een wand draagt.

5.1 Berekening eenzijdig uitkragende stalen ligger

Aan de hand van een voorbeeld wordt het dimensioneren en controleren van een uitkragende ligger beschreven. Uitgangspunt is weer het kantoorgebouw dat bij de berekening van een ligger op twee steunpunten is gebruikt. Daarvan kraagt de derde verdieping uit. Deze wordt ondersteund door uitkragende liggers.
Hieronder de schematische DC plattegrond van de derde verdieping met het door de uitkragende ligger gedragen vloeroppervlak. ℓ_{ov} = 6 meter en ℓ_{uit} = 2 meter. De h.o.h. afstand van de liggers is 8 meter. Dit is tevens de lengte van de kanaalplaten.



Figuur 19 - Schetsmatige DC plattegrond met belasting op uitkragende ligger.

We gaan uit van het staalskelet. Voor het liggerprofiel gebruiken we de beide vuistregels.

$$h_{ligger} = \frac{1}{20} \times \ell_{ov} = \frac{1}{20} \times 6000 = 300\ mm.$$

$$h_{ligger} = \frac{1}{20} \times 2 \times \ell_{uit} = \frac{1}{20} \times 2 \times 2000 = 200\ mm.$$

Hieruit volgt een HE320A profiel met een gewicht van 0,98 kN/m. De liggergegevens verzamelen we in een tabel.

Gegevens stalen HEA-profiel

h vloerligger [mm]	Profielnr.	Gewicht [kN/m]	W_y [mm³]	I_y [mm⁴]	Sterkte-klasse	Sterkte [N/mm²]	E-modulus [N/mm²]
300	HE 320 A	0,98	1479×10^3	$229{,}3 \times 10^6$	S235	235	210×10^3

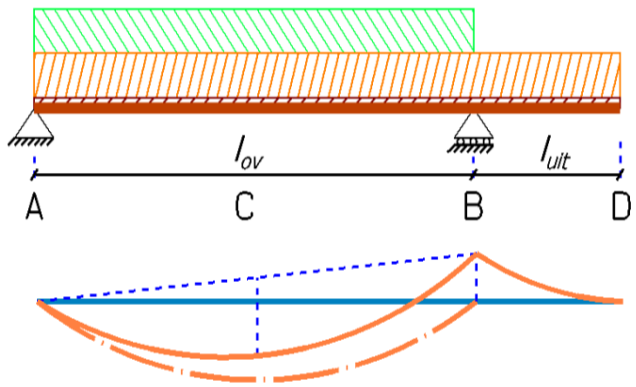
De rustende belasting bestaat uit het gewicht van een kanaalplaat, een afwerklaag en een plafond met leidingen. De benodigde kanaalplaat heeft een dikte van 200 mm en een gewicht van 3,1 kN/m². De 50 mm dikke druklaag weegt 1,2 kN/m² en voor plafond en leidingen wordt 0,6 kN/m² gerekend. Samen geeft dit een rustende belasting van 3,1+1,2+0,6 = 4,9 kN/m². De q-last op de ligger voor de rustende belasting wordt daarmee: 8 m ×4,9 kN/m² = 39,2 kN/m.

Ook deze verdieping wordt gebruikt als kantoor met lichte scheidingswanden en daarom een opgelegde belasting van 3 kN/m². Dit geeft een *veranderlijke belasting* op de ligger van 8 m × 3 kN/m² = **24 kN/m**.
De totale *blijvende belasting* wordt 0,98 kN/m + 39,2 kN/m = **40,2 kN/m**.

Met deze gegevens gaan we de ligger controleren op sterkte en stijfheid. Eerst beschouwen we het liggerdeel tussen de opleggingen en vervolgens de uitkraging. Bij beide berekeningen geldt dat de blijvende belasting overal aanwezig is. Er gelden echter verschillende partiële factoren, afhankelijk van het feit of de belasting gunstig of ongunstig werkt.
De veranderlijke belasting is voor de berekening alleen aanwezig op het deel waarvan we de extremen bepalen.

Extreme belasting op liggerdeel A–B.

Bij deze belastingcombinatie wordt het deel tussen de opleggingen belast met een veranderlijke belasting van 24 kN/m. De blijvende belasting van 40,2 kN/m is op de gehele ligger aanwezig.



Figuur 20 - Uitkragende ligger met momentenlijn; belastingcombinatie 1.

Berekening sterkte

Voor het berekeningen van de maximaal optredende spanning moeten we gebruik maken van de partiële factoren voor de belasting. Het extreem moet zo groot mogelijk zijn. Dat geldt hier voor het veldmoment bij C. Belasting op de uitkraging *verkleind* het veldmoment. Deze belasting werkt dus *gunstig* en moet daarom *zo klein mogelijk* worden genomen.
In de Eurocode zijn hiervoor partiële factoren vastgesteld. Voor veiligheidsklasse 2 geldt:

partiële factoren uiterste grenstoestand uitkragende ligger (veiligheidsklasse 2)			
belastinggeval 1: veranderlijke belasting alleen op liggerdeel A-B			
Voor liggerdeel A-B	ongunstig	Voor uitkraging B-D	gunstig
partiële factor γ_G voor G_{veld}	1,2	γ_G voor G_{uitkr}	0,9
partiële factor γ_Q voor Q_{veld}	1,5	γ_Q voor Q_{uitkr}	0

Het veldmoment door de extreme belasting: $M_{veld;d} = ⅛ \cdot (\gamma_G\, q_{bb} + \gamma_Q\, q_{vb}) \times \ell_{ov}^2 = ⅛ \cdot (1{,}2 \times 40{,}2\ kN/m + 1{,}5\ \times 24\ kN/m) \times 6^2 = 379{,}1\ kNm.$

Steunpuntmoment door gereduceerde belasting: $M_{st.punt;d} = ½ \cdot \gamma_G\, q_{bb} \times \ell_{uit}^2 = ½ \cdot 0{,}9\ \times 40{,}2\ kN/m \times (2\ m)^2 = 72{,}4\ kNm.$

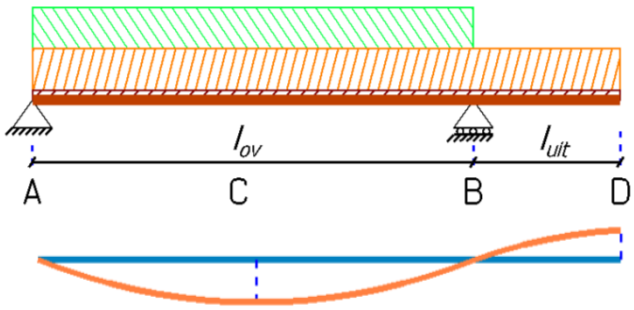
Het totale veldmoment wordt: $\boldsymbol{M_{veld\ max;d}} = M_{veld;d} - ½ \cdot M_{st.punt;d} = 379{,}1\ \text{kNm} - ½ \cdot 72{,}4\ \text{kNm} = \mathbf{342{,}9\ kNm}.$

Spanning $\boldsymbol{\sigma_{m;d}} = \frac{M_{veld\ max;d}}{W_y} = \frac{342{,}9 \times 10^6 Nmm}{1479 \times 10^3 mm^3} = \mathbf{231{,}8\ N/mm^2}$

Voor S235 wordt de U.C. = $\frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} = \frac{231{,}8\ N/mm^2}{235\ N/mm^2} = 0{,}99 \leq 1$ √

Berekening doorbuiging

Bij de berekening van de maximale bijkomende doorbuiging van liggerdeel A-B moet op dit liggerdeel de veranderlijke belasting worden geplaatst. Bij staal treedt geen kruip op. De bijkomende doorbuiging is dus alleen afhankelijk van de aanwezige veranderlijke belasting. Vervorming is geen veiligheidscontrole, zodat de partiële factoren kunnen worden weg gelaten oftewel gelijk zijn aan 1 (en 0 voor gunstig werkende veranderlijke belasting).



Figuur 21 - Uitkragende ligger met vervormingslijn; belastingcombinatie 1.

De doorbuiging in het midden van A-B ten gevolge van de belasting op A-B wordt:

$$w_{bij\ veld} = \frac{5}{384} \cdot \frac{(q_{vb}) \times \ell_{ov}^4}{EI_y} = \frac{5}{384} \cdot \frac{24\ N/mm \times (6000\ mm)^4}{210000\ N/mm^2 \times 229{,}3 \cdot 10^6 mm^4} = 8{,}4\ mm.$$

Voor de doorbuigingseis gaan we uit van de strenge eis vanwege de mogelijkheid tot het plaatsen van lichte scheidingswanden: $w_{bij\ norm} = 0{,}002\ \ell_{ov} = 0{,}002 \times 6000\ mm = 12\ mm.$

U.C. = $\frac{w_{bij\ veld}}{w_{bij\ norm}} = \frac{8{,}4\ mm}{12\ mm} = 0{,}7$ √

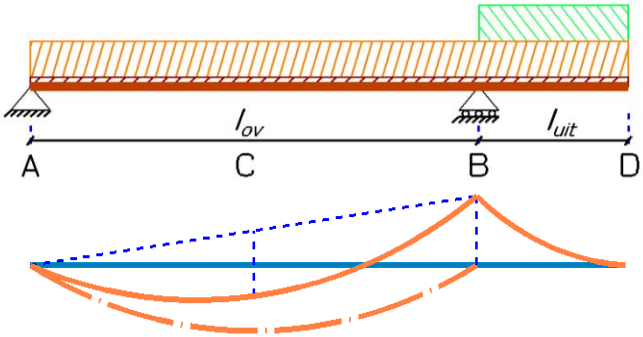
Extreme belasting op uitkraging B–D.

Bij deze belastingcombinatie is alleen op de uitkraging veranderlijke belasting aanwezig. De blijvende belasting geldt voor de hele ligger.

Berekening sterkte

Het steunpuntmoment bij B wordt *alleen* bepaald door de belasting op de uitkraging en *niet* de

belasting op liggerdeel A-B. Het maximale moment treedt op als de uitkraging extreem wordt belast, dus door zowel de blijvende als de veranderlijke belasting. Ook hier kunnen we de partiële factoren bepalen, waarbij die voor liggerdeel A-B niet van toepassing zijn.



Figuur 22 - Uitkragende ligger met momentenlijn; belastingcombinatie 2.

partiële factoren uiterste grenstoestand uitkragende ligger (veiligheidsklasse 2)			
belastinggeval 2: veranderlijke belasting alleen op de uitkraging BD			
Voor uitkraging B-D	ongunstig	Voor liggerdeel A-B	gunstig
partiële factor γ_G voor G_{veld}	1,2	γ_G voor G_{uitkr}	n.v.t.
partiële factor γ_Q voor Q_{veld}	1,5	γ_Q voor Q_{uitkr}	n.v.t.

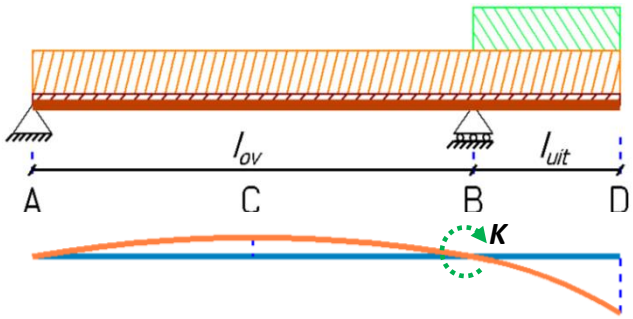
$\boldsymbol{M_{st.punt\ max;d}} = ½ \cdot (\gamma_G\, q_{bb} + \gamma_Q\, q_{vb}) \times \ell_{uit}^2 = ½ \cdot (1{,}2 \times 40{,}2\ \text{kN/m} + 1{,}5\ \times 24\ kN/m) \times (2\ m)^2 = \mathbf{168{,}5\ kNm}.$

Spanning $\boldsymbol{\sigma_{m;d}} = \dfrac{M_{st.punt\ max;\,d}}{W_y} = \dfrac{168{,}5\times10^6 Nmm}{1479\times10^3 mm^3} = \mathbf{113{,}9\ N/mm^2}$

Voor S235 wordt de U.C. = $\dfrac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} = \dfrac{113{,}9\ N/mm^2}{235\ N/mm^2} = 0{,}48 \leq 1$ √

Berekening doorbuiging

Bij deze belastingcombinatie moet de zakking van het *uiteinde* van de uitkraging worden bepaald. De grootste bijkomende doorbuiging bij D treedt op bij alleen een veranderlijke belasting op de uitkraging en niet op liggerdeel A-B.



Figuur 23 - Uitkragende ligger met vervormingslijn; belastingcombinatie 2.

Voor het berekenen van de zakking in D moeten we de ligger opdelen in twee stukken: een ingeklemde ligger B-D met daarop de veranderlijke belasting en een ligger op twee steunpunten A-B met in steunpunt B een moment *K*, veroorzaakt door de belasting op het uitkragende liggerdeel B-D (zie figuur 14). Voor de 'ingeklemde' uitkraging geldt:

$$\boldsymbol{w_{uit\,1}} = ⅛ \cdot \frac{q_{vb}\ell_{uit}^4}{EI_y} = ⅛ \cdot \frac{24\frac{N}{mm}\times(2000\ mm)^4}{210000\frac{N}{mm^2}\times 229{,}3\cdot10^6 mm^4} = \mathbf{1{,}0\ mm}.$$

Het moment bij B geeft een opbuiging van het liggerdeel A-B. Daardoor ontstaat er een hoekverdraaiing bij B, die het liggerdeel B-D schuin naar beneden zal laten lopen. Hierdoor zal punt D verder zakken. Het moment moet worden berekend zonder partiële factoren omdat we de Bruikbaarheidsgrenstoestand (BGT, stijfheid) controleren.

Voor de hoekverdraaiing ten gevolge van een moment K geldt: $\varphi = ⅓ \cdot \frac{K\ell_{ov}}{EI}$

Het moment $K = ½ \cdot q_{vb} \cdot \ell_{uit}^2 = ½ \cdot 24\ N/mm \times (2000\ mm)^2. = 48 \times 10^6\ Nmm$
(Let op: hier zonder partiële factor!)

$$\varphi = ⅓ \cdot \frac{K\ell_{ov}}{EI_y} = ⅓ \cdot \frac{48 \times 10^6 Nmm \times 6000\ mm}{210000\ N/mm^2 \times 229{,}3 \cdot 10^6 mm^4} = 0{,}002.$$

$$\boldsymbol{w_{uit\,2}} = \ell_{uit} \times \varphi = 2000\ mm \times 0{,}002 = \mathbf{4{,}0\ mm}.$$

$\boldsymbol{w_{bij\ uit}} = w_{uit\,1} + w_{uit\,2} = 1{,}0\ mm + 4{,}0\ mm = \mathbf{5\ mm}.$

Voor de doorbuiging nemen we de strenge eis omdat er wanden op de ligger kunnen worden geplaatst. Voor een uitkraging geldt:

$\boldsymbol{w_{bij\ norm\ uit}} = \mathbf{0{,}002 \times 2\ \ell_{uit}} = 2 \times 0{,}002 \times 2 \times 2000\ mm = 8\ mm.$

U.C. = $\frac{w_{bij\ uit}}{w_{bij\ norm\ uit}} = \frac{5\ mm}{8\ mm} = 0{,}6 \leq 1$ √

Evaluatie controleberekeningen.

De gekozen ligger voldoet zowel voor het liggerdeel tussen de opleggingen als voor de uitkraging aan zowel de sterkte- als aan de stijfheidseisen. De sterkte van het liggerdeel tussen de opleggingen blijkt voor deze ligger maatgevend te zijn. Bij toepassing van een hogere sterkteklasse, S355, kan een iets slanker profiel worden gebruikt: HE300A. In dat geval wordt de doorbuiging van het liggerdeel tussen de steunpunten maatgevend. Een slanker profiel (HE280A) is mogelijk als er geen wanden op de ligger komen zodat de normale doorbuigingseis geldt: $w_{bij\ norm} = 0{,}003\ \ell_{uit}$.

Bij deze ligger is het steunpuntmoment en de zakking bij het uiteinde van de uitkraging niet maatgevend. Dit houdt in dat de uitkraging iets langer kan worden genomen. Bij een HE300A kan de uikraging 0,2 meter langer worden
($\ell_{uit} = 2{,}2\ m$), bij een HE320A kan de uitkraging zelfs een halve meter langer worden: $\ell_{uit} = 2{,}5\ m$. De doorbuiging van de uitkraging is dan maatgevend.

5.2 Berekening eenzijdig uitkragende betonnen ligger

Het belangrijkste verschil tussen een berekening in staal en die in beton of hout zit in het bepalen van de bijkomende doorbuiging. Bij beton en hout treedt immers kruip op, waardoor de berekening van de doorbuiging iets uitvoeriger wordt. Het kantoorgebouw dat bij de dimensionering van een ligger op twee steunpunten is gebruikt, is weer het uitgangspunt. De schematische DC plattegrond van de derde verdieping is dan ook gelijk aan die van de staalconstructie (zie figuur 20). We gaan uit van het betonskelet met kolommen en liggers of balken. $\ell_{ov} = 6$ meter, $\ell_{uit} = 2$ meter en de h.o.h. afstand van de liggers is 8 meter. Op deze balk rust dezelfde belasting als die op de hiervoor berekende stalen balk.

Voor de balkafmetingen gebruiken we de beide vuistregels:

$h_{ligger} = \frac{1}{10} \times \ell_{ov} = \frac{1}{10} \times 6000\ mm = 600\ mm$ en

$h_{ligger} = \frac{1}{10} \times 2 \times \ell_{uit} = \frac{1}{10} \times 2 \times 2000\ mm = 400\ mm.$

Maatgevend is hier liggerdeel A-B met een hoogte van 600 mm. Voor de breedte nemen we de helft van de hoogte: 300 mm. Het gewicht van deze balk $q_{eg} = 0{,}6\ m \times 0{,}3\ m \times 25\ \frac{kN}{m}^3 = 4{,}5\frac{kN}{m}$.

De waarden voor I_y en W_y zijn te berekenen met de formules $I_y = \frac{1}{12} b \cdot h^3$ en $W_y = \frac{1}{6} b \cdot h^2$. De liggergegevens zijn in onderstaande tabel verzameld.

Gegevens gewapend betonnen balk

h vloerligger [mm]	Profiel.	Gewicht [kN/m]	W_y [mm³]	I_y [mm⁴]	Sterkte-klasse	Sterkte [N/mm²]	E-modulus [N/mm²]
600	600 x 300	4,5	18,0x10⁶	5400x10⁶	C30/37	20	32,8x10³

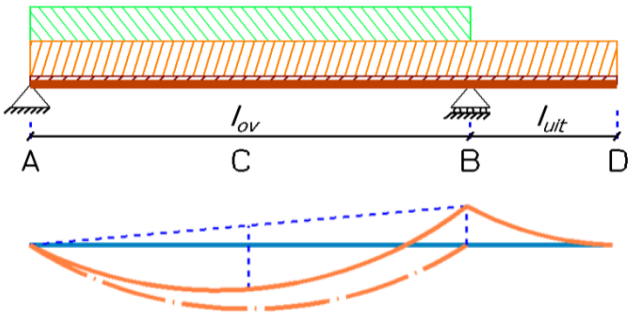
Op deze balk rust dezelfde belasting als die op de hiervoor berekende stalen balk. Het gewicht van kanaalplaat, afwerklaag en plafond met leidingen is bij elkaar 4,9 kN/m². De q-last op de ligger voor de rustende belasting wordt daarmee: $qrb = 8\ m \times 4{,}9\ kN/m^2 = 39{,}2\ kN/m$. Dit geeft een $q_{bb} = 4{,}5\ kN/m + 39{,}2\ kN/m = \mathbf{43{,}7}\ kN/m$.

Ook deze verdieping wordt gebruikt als kantoor met een opgelegde belasting van 3 kN/m². Dit geeft een *veranderlijke belasting* op de ligger van $q_{vb} = 8\ m \times 3\ kN/m^2 = \mathbf{24}\ kN/m$.

Met deze gegevens gaan we de ligger controleren op sterkte en stijfheid. Eerst beschouwen we het liggerdeel tussen de opleggingen en vervolgens de uitkraging. Bij beide berekeningen geldt dat de blijvende belasting overal aanwezig is. De veranderlijke belasting is voor de berekening alleen aanwezig op het deel waarvan we de extremen bepalen.

Extreme belasting op liggerdeel A–B.

Bij deze belastingcombinatie wordt het deel tussen de opleggingen belast met een veranderlijke belasting van 24 kN/m. De blijvende belasting van 43,7 kN/m is op de gehele ligger aanwezig.



Figuur 24 - Uitkragende ligger met momentenlijn; belastingcombinatie 1.

Berekening sterkte

Voor het berekenen van de maximaal optredende spanning moeten we gebruik maken van de partiële factoren voor de belasting. Het extreem moet zo groot mogelijk zijn. Dat geldt hier voor het veldmoment bij C. Let bij het gebruik van de partiële factoren op het al of niet gunstig werken van de kracht. Belasting op de uitkraging verkleind het veldmoment. Deze belasting werkt dus *gunstig* en *moet* daarom *zo klein mogelijk* worden genomen.

Het veldmoment door de extreme belasting: $M_{veld;d} = ⅛ \cdot (\gamma_G\, q_{bb} + \gamma_Q q_{vb}) \times \ell_{ov}^2 = ⅛ \cdot (1{,}2 \times 43{,}7\ kN/m + 1{,}5\ \times 24\ kN/mm) \times (6\ m)^2 = 398\ kNm$.

Steunpuntmoment door gereduceerde belasting: $M_{st.p;d} = ½ \cdot \gamma_G\ q_{bb} \times \ell_{uit}^2 = ½ \cdot 0{,}9\ \times 43{,}7 kN/m \times (2\ m)^2 = 78{,}7\ kNm$.

Het totale veldmoment wordt: $M_{veld\ max;d} = M_{veld;d} - ½ \cdot M_{st.p;d} = 398\ kNm - ½ \cdot 78{,}7\ kNm = 358{,}7\ kNm$.

De spanning $\sigma_{m;d} = \dfrac{M_{veld\ max;d}}{W_y} = \dfrac{358{,}7 \times 10^6}{18 \times 10^6} = 19{,}9\ N/mm^2$

Voor C30/37 wordt U.C. $= \dfrac{\sigma_{m;d}}{f_{m,d}} = \dfrac{19{,}9\ N/mm^2}{20\ N/mm^2} = 1 \leq 1$ √

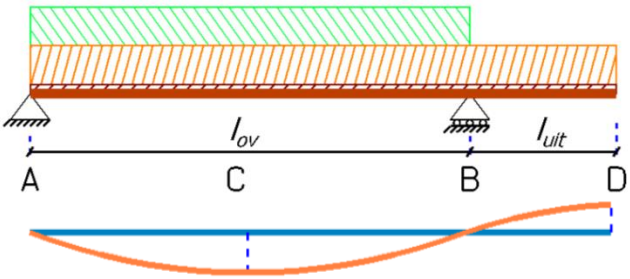
Berekening doorbuiging

Voor de berekening van de maximale bijkomende doorbuiging van liggerdeel A-B moet alleen op dit liggerdeel de veranderlijke belasting worden geplaatst. Bij beton zal er kruip optreden. Voor

de bijkomende doorbuiging geldt daarom

$$w_{bij} = w_{vb} + w_{kr} = w_{vb} + k \cdot (w_{bb} + \psi_2 \cdot w_{vb}).$$

De kruipconstante k is voor een relatief droge constructie, zoals normaliter in gebouwen, 3. Hierin zit ook de extra doorbuiging door scheurvorming verwerkt. Voor een kantoorgebouw geldt dat factor $\psi_2 = 0{,}3$. Dit betekent dat er rekening moet worden gehouden dat 30% van de veranderlijke belasting constant aanwezig is.



Figuur 25 - Uitkragende ligger met vervormingslijn; belastingcombinatie 1.

De bijkomende doorbuiging bij C ten gevolge van de veranderlijke belasting op A-B wordt:

$$w_{vb\ A-B} = \frac{5}{384} \cdot \frac{(q_{vb}) \times \ell_{ov}^4}{EI_y} = \frac{5}{384} \cdot \frac{24\ N/mm \times (6000\ mm)^4}{32800\ N/mm^2 \times 5400 \cdot 10^6 mm^4} = 2{,}3\ mm.$$

De bijkomende doorbuiging bij C ten gevolge van de blijvende belasting op A-B wordt:

$$w_{bb\ A-B\ 1} = \frac{5}{384} \cdot \frac{(q_{bb}) \times \ell_{ov}^4}{EI_y} = \frac{5}{384} \cdot \frac{43{,}7\ N/mm \times (6000\ mm)^4}{32800\ N/mm^2 \times 5400 \cdot 10^6 mm^4} = 4{,}2\ mm.$$

De blijvende belasting op uitkraging B-D geeft een moment K bij steunpunt B. De grootte daarvan is: $K_{qbb} = ½ q_{bb} \times \ell_{uit}^2 = ½ \cdot 43{,}7\ N/mm \times (2000\ mm)^2 = 87{,}4 \cdot 10^6\ Nmm.$

Dit moment zal het liggerdeel A-B omhoog buigen. De bijbehorende vervorming is [C1]:

$$w_{bb\ A-B\ 2} = -\frac{1}{16} \cdot \frac{K_{qbb} \times \ell_{ov}^2}{EI_y} = -\frac{1}{16} \cdot \frac{87{,}4\ N/mm \times (6000\ mm)^4}{32800\ N/mm^2 \times 5400 \cdot 10^6 mm^4} = -2{,}1\ mm.$$

De totale bijkomende doorbuiging wordt dus: $w_{bij\ veld} = w_{bij\ C;bel\ A-B} =$

$$w_{vb} + k \cdot (w_{bb\ 1} - w_{bb\ 2} + \psi_2 \cdot w_{vb}) = 2{,}3\ mm + 3 \cdot (4{,}2\ mm - 1{,}1\ mm + 0{,}3 \times \cdot 2{,}3\ mm)$$
$$= 13{,}7\ mm.$$

Voor de strenge doorbuigingseis geldt: $w_{bij,norm} = 0{,}002\ \ell_{ov} = 0{,}002 \times 6000\ mm = 12\ mm.$

U.C. = $\frac{w_{bij\ veld}}{w_{bij\ norm}} = \frac{13{,}7\ mm}{12\ mm} = 1{,}14 > 1.$ X

Voor de normale doorbuigingseis geldt: $w_{bij,norm} = 0{,}003\ \ell_{ov} = 0{,}003 \times 6000\ mm = 18\ mm.$

U.C. = $\frac{w_{bij\ veld}}{w_{bij\ norm}} = \frac{13{,}7\ mm}{18\ mm} = 0{,}76 < 1.$ √

Als er wanden op de ligger moeten komen, zal de ligger dus stijver moeten worden:
$I_{benodigd} = U.C. \times I_{oud} = 1{,}14 \times 5400 \cdot 10^6 = 6151{,}5 \cdot 10^6 mm^4.$

Bij gelijk blijvende breedte geldt: $h = \sqrt[3]{\frac{12 \times 6151{,}5 \cdot 10^6}{300}} \approx 630\ mm$, hetgeen in de praktijk overeen zal komen met een balkhoogte van 650 mm (veelvoud van 50mm).

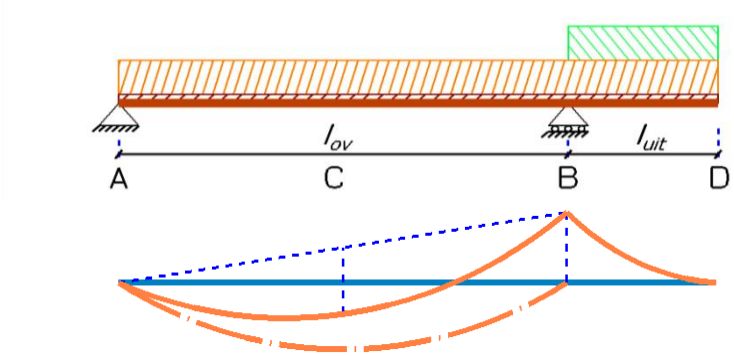
Extreme belasting op uitkraging B–D.

Bij deze belastingcombinatie is alleen op de uitkraging veranderlijke belasting aanwezig. De blijvende belasting geldt voor de hele ligger.

Berekening sterkte

Het steunpuntmoment bij B wordt alleen bepaald door de belasting op de uitkraging. Het maximale moment treedt op als de uitkraging extreem wordt belast, dus door zowel de blijvende

als de veranderlijke belasting. Ook hier kunnen we de partiële factoren bepalen, waarbij die voor liggerdeel A-B niet van toepassing zijn.



Figuur 26 - Uitkragende ligger met momentenlijn; belastingcombinatie 2.

$$M_{st.punt\ max;d} = ½ \cdot (\gamma_G\, q_{bb} + \gamma_Q\, q_{vb}) \times \ell_{uit}^2 =$$

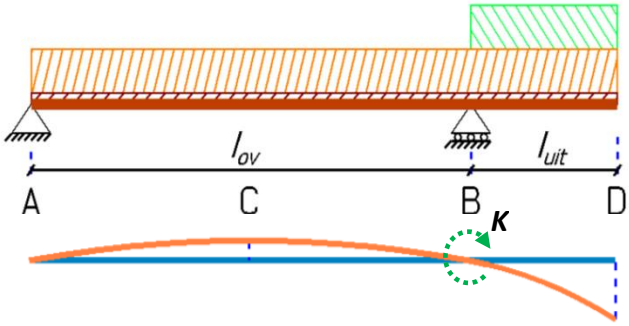
$$½ \cdot (1{,}2 \times 43{,}7\ kN/m + 1{,}5\ \times 24\ kN/m) \times (2\ m)^2 = 176{,}9\ kNm$$

$$\sigma_{m;d} = \frac{M_{st.punt\ max;\,d}}{W_y} = \frac{176{,}9\times10^6\ Nmm}{18\times10^6 mm^3} = 9{,}8\ N/mm^2$$

Voor C30/37 wordt de U.C. = $\frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} = \frac{9{,}8\ N/mm^2}{20\ N/mm^2} = 0{,}49 \leq 1$ √

Berekening doorbuiging

Bij deze belastingcombinatie moet de zakking van het uiteinde van de uitkraging worden bepaald. De bijkomende doorbuiging wordt bepaald door de veranderlijke belasting op de uitkraging en de kruip van de uitkraging. De veranderlijke belasting op de uitkraging zal het liggerdeel A-B doen opbollen, waardoor bij B een hoekverdraaiing ontstaat die de uitkraging naar beneden afbuigt.



Figuur 27 - Uitkragende ligger met vervormingslijn; belastingcombinatie 2.

Voor het berekenen van de zakking in D ten gevolge van de *veranderlijke belasting* moeten we de ligger daarom opdelen in twee stukken: een ingeklemde ligger B-D met daarop de veranderlijke belasting en een ligger op twee steunpunten A-B met in steunpunt B een moment *K*, Dit moment wordt veroorzaakt door de belasting op de ingeklemde ligger B-D (zie afb. xxxy). Omdat dit een stijfheidscontrole is, gebruiken we geen partiële factoren.

Voor de uitkraging geldt: $w_{uit\ vb1} = ⅛ \cdot \frac{q_{vb}\ell_{uit}^4}{EI_y} = ⅛ \cdot \frac{24\ N/mm \times (2000\ mm)^4}{32800\ N/mm^2 \times 5400{\cdot}10^6 mm^4} =$ $0{,}3\ mm$.

Voor de hoekverdraaiing ten gevolge van een moment *K* geldt: $\varphi = ⅓ \cdot \frac{K\ell_{ov}}{EI_y}$

Het moment veroorzaakt door de veranderlijke belasting op de uitkraging $K = ½ \cdot q_{vb} \cdot \ell_{uit}^2$.

$K = ½ \cdot 24\ N/mm \times (2000\ mm)^2 = 48 \times 10^6\ Nmm.$ (let op de eenheden!)

$$\varphi = ⅓ \cdot \frac{K\ell_{ov}}{EI_y} = ⅓ \cdot \frac{48{\times}10^6 Nmm \times 6000\ mm}{32800 N/mm^2 \times 5400{\cdot}10^6 mm^4} = 0{,}00054.$$

$$w_{uit\ vb2} = \ell_{uit} \times \varphi = 2000\ mm \times 0{,}00054 = 1{,}1\ mm.$$

De vervorming door kruip wordt bepaald door de blijvende belasting en het quasi blijvende deel van de veranderlijke belasting op de uitkraging. De blijvende belasting op liggerdeel A-B zal het uiteinde van de uitkraging omhoog duwen. De blijvende belasting op de uitkraging zal het liggerdeel A-B doen opbollen, waardoor het uiteinde van de uitkraging (D) zal dalen. Om de berekening niet te ingewikkeld en vooral ook niet te uitgebreid te maken, gaan we er vanuit dat beide reacties elkaar enigszins zullen opheffen en daarmee weinig invloed hebben op de grootte van de kruip.

Voor de kruip geldt dan: $w_{kr} = k \cdot (w_{bb} + \psi_2 \cdot w_{vb})$ met $k = 3$ en $\psi_2 = 0{,}3$.

Voor de doorbuiging ten gevolge van de belasting op de uitkraging geldt:

$$w_{uit\ bb} = ⅛ \cdot \frac{q_{bb}\ell_{uit}^4}{EI_y} = ⅛ \cdot \frac{45{,}8\frac{N}{mm} \times (2000\ mm)^4}{32800\ \frac{N}{mm}^2 \times 5400{\cdot}10^6 mm^4} = 0{,}5\ mm.$$

$w_{uit\ kr} = 3 \cdot (0{,}5\ mm + 0{,}3 \cdot 0{,}3\ mm) = 1{,}8\ mm.$

$w_{bij\ uit} = w_{uit\ vb1} + w_{uit\ vb2} + w_{uit\ kr} = 0{,}3\ mm + 1{,}1\ mm + 1{,}8\ mm = 3{,}2\ mm.$

Voor de doorbuiging gaan we uit van de strenge eis om de vervorming in de gevel zo klein mogelijk te houden. Voor de uitkraging geldt: $w_{bij\ norm\ uit} = 0{,}002 \times 2\ \ell_{uit} = 0{,}002 \times 2 \times 2000\ mm = 8\ mm.$

U.C. = $\frac{w_{bij\ uit}}{w_{bij\ norm\ uit}} = \frac{3{,}2\ mm}{8\ mm} = 0{,}39 \leq 1$ √

Evaluatie controleberekeningen.

Bij deze betonnen ligger is de sterkte van het liggerdeel tussen de beide steunpunten net toereikend. De ligger voldoet echter niet aan de strenge eis voor de doorbuiging van dit ligger deel. De uitkraging heeft nog voldoende overcapaciteit. De uitkraging kan zelfs worden opgerekt naar 2,8 meter. Pas dan worden de sterkte en de strenge doorbuigingseis van de uitkraging maatgevend.

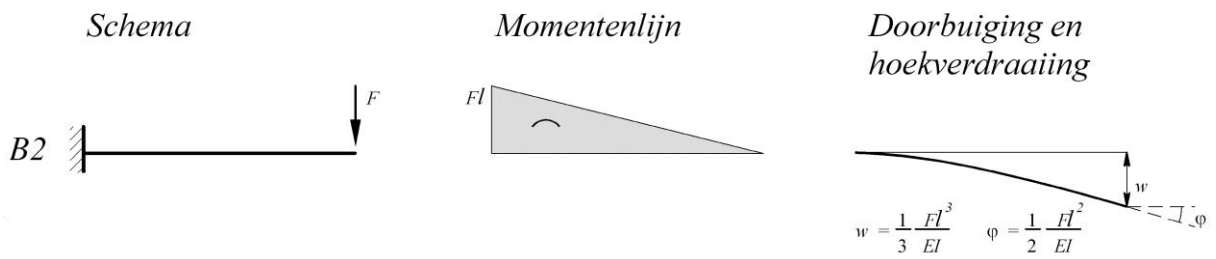
Let er op dat de berekening slechts een benadering is. Sterkte en doorbuiging zijn ook bijvoorbeeld ook afhankelijk van het wapeningspercentage. Ook het al dan niet voorgespannen zijn van de betonligger is van invloed. In werkelijkheid is de berekening van een betonnen ligger nogal ingewikkeld. Voor een ontwerpberekening is de hier weergegeven benaderingsberekening echter voldoende.

Bedenk dat we als voorgespannen ligger, in feite een 'nagespannen' betonnen ligger, moeten toepassen. De voorspanning kan pas worden aangebracht als het beton voldoende is uitgehard omdat de voorspankabel een gebogen verloop moet hebben. Deze moet immers de trekspanning compenseren. Uit het momentenverloop blijkt dat bij het veldmoment de trekzone zich onderin de ligger bevindt, terwijl bij het steunpuntmoment bij B de trekzone juist bovenin de ligger ligt.

5.3 Controleberekening eenzijdig uitkragende ligger met puntlast

Vaak rust op een uitkragende ligger ook de gevel. Deze kan als puntlast op de ligger worden geschematiseerd. De controle berekeningen worden daarmee wat uitgebreider. We gaan uit van het hiervoor genomen kantoorgebouw met een betonskelet. Alle belastingen komen overeen met die in de vorige berekening. Voor de gevel nemen we een constructie met een gewicht van 1,2 kN/m². De verdiepingshoogte is 4 meter.

Naast de hiervoor genoemde formules van belastingschema's *A1*, *B3* en *C1* (zie afb. xxxx) moeten we ook de formules van belastingschema *B2* gebruiken.



Figuur 28 - Extra te gebruiken formules voor een uitkragende ligger met puntlast.

De liggergegevens zijn in onderstaande tabel verzameld.

Gegevens gewapend betonnen balk

h vloerligger [mm]	Profiel.	Gewicht [kN/m]	W_y [mm³]	I_y [mm⁴]	Sterkte-klasse	Sterkte [N/mm²]	E-modulus [N/mm²]
600	600 x 300	4,5	$18{,}0 \times 10^6$	5400×10^6	C30/37	20	$32{,}8 \times 10^3$

De q-last op de ligger voor de rustende belasting bedraagt: $q_{rb} = 8\ m \times 4{,}9\ kN/m^2 = 39{,}2\ kN/m$. Dit geeft een $q_{bb} = 4{,}5\ kN/m + 39{,}2\ kN/m = \mathbf{43{,}7}\ kN/m$.

Voor de *veranderlijke belasting* op de ligger geldt $q_{vb} = 8\ m \times 3\ kN/m^2 = \mathbf{24}\ kN/m$.

Daarnaast is er een puntlast. Bij een verdiepingshoogte van 4 meter, een hart-op-hart afstand van 8 meter en een gewicht van 1,2 kN/m^2 geeft dit een puntlast van:
$F_{bb} = F_{rb} = 4\ m \times 8\ m \times 1{,}2\ kN/m^2 = \mathbf{38{,}4}\ kN$.

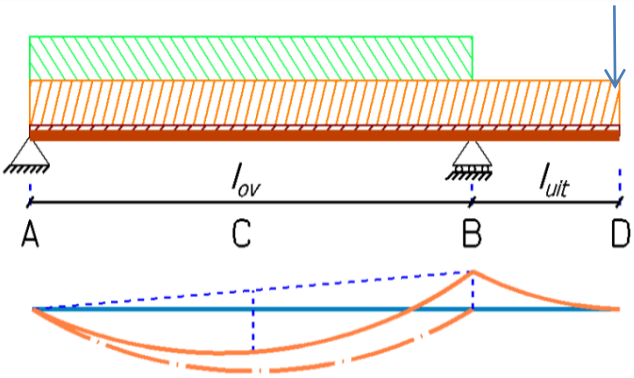
Met deze gegevens gaan we de ligger op sterkte en stijfheid controleren. Eerst beschouwen we weer het liggerdeel tussen de opleggingen en vervolgens de uitkraging. Bij beide berekeningen geldt dat de blijvende belasting altijd aanwezig is. De veranderlijke belasting is voor de berekening alleen aanwezig op het deel waarvan we de extremen bepalen.

Extreme belasting op liggerdeel A–B.

Bij deze belastingcombinatie wordt het deel tussen de opleggingen belast met een veranderlijke belasting van 24 kN/m. De blijvende belasting van 43,7 kN/m is op de gehele ligger aanwezig. Bovendien rust op de uitkraging een puntlast van 38,4 kN.

Berekening sterkte

Voor het berekeningen van de maximaal optredende spanning moeten we gebruik maken van de partiële factoren voor de belasting. Het extreem moet zo groot mogelijk zijn. Dat geldt hier voor het veldmoment bij C. Belasting op de uitkraging verkleind het veldmoment. Deze belasting werkt dus *gunstig* en *moet* daarom *zo klein mogelijk* worden genomen.



Figuur 29 - Uitkragende ligger met momentenlijn; belastingcombinatie 1.

Het veldmoment door de extreme belasting: $M_{veld;d} = ⅛ \cdot \left(\gamma_G\, q_{bb} + \gamma_Q\, q_{vb}\right) \times \ell_{ov}^2 = ⅛ \cdot (1{,}2 \times 43{,}7\ kN/m + 1{,}5\ \times 24\ kN/m) \times (6\ m)^2 = 398\ kNm$.

Steunpuntmoment door gereduceerde belasting: $M_{st.punt;d} = ½\, \gamma_G\, q_{bb}\, \ell_{uit}^2 + \gamma_G\, F_{bb}\, \ell_{uit} =$
$½ \cdot 0{,}9 \times 43{,}7\ kN/m \times (2\ m)^2 + 0{,}9 \times 38{,}4\ kN \times 2\ m = 78{,}7\ kNm + 69{,}1\ kNm = 147{,}8\ kNm.$

Het totale veldmoment wordt: $M_{veld\ max;d} = M_{veld;d} - ½ \cdot M_{st.punt;d} =$
$398 - ½ \cdot 147{,}8 = 324{,}1\ kNm.$

Spanning $\sigma_{m;d} = \dfrac{M_{veld\ max;d}}{W_y} = \dfrac{324{,}1 \times 10^6 Nmm}{18 \times 10^6\ mm^3} = 18{,}0\ N/mm^2$

Voor C30/37 wordt U.C. = $\dfrac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} = \dfrac{18{,}0\ N/mm^2}{20\ N/mm^2} = 0{,}90 \leq 1$ √

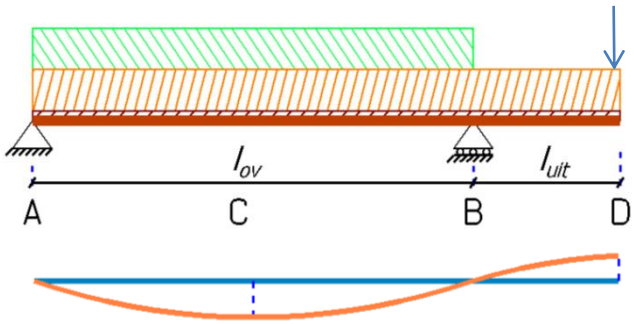
We zien hier dat door de extra belasting op de uitkraging het veldmoment vermindert.

Berekening doorbuiging

Voor de berekening van de maximale bijkomende doorbuiging van liggerdeel A-B moet de veranderlijke belasting alleen op dit liggerdeel worden geplaatst. Bij beton zal er kruip optreden. Voor de bijkomende doorbuiging geldt daarom:

$$w_{bij} = w_{vb} + w_{kr} = w_{vb} + k \cdot (w_{bb} + \psi_2 \cdot w_{vb}).$$

De kruipconstante k = 3 en voor een kantoorgebouw geldt dat factor $\psi_2 = 0{,}3$.



Figuur 30 - Uitkragende ligger met vervormingslijn; belastingcombinatie 1.

We beschouwen het liggerdeel A-B als een ligger op twee steunpunten. De bijkomende doorbuiging bij C ten gevolge van de veranderlijke belasting op A-B wordt dan:

$$w_{vb\ A-B} = \frac{5}{384} \cdot \frac{(q_{vb}) \times \ell_{ov}^4}{EI_y} = \frac{5}{384} \cdot \frac{24\ N/mm \times (6000\ mm)^4}{32800\ N/mm^2 \times 5400 \cdot 10^6 mm^4} = 2{,}3\ mm.$$

De bijkomende doorbuiging bij C ten gevolge van de blijvende belasting op A-B wordt:

$$w_{bb\ A-B\ 1} = \frac{5}{384} \cdot \frac{(q_{bb}) \times \ell_{ov}^4}{EI_y} = \frac{5}{384} \cdot \frac{43{,}7\ N/mm \times (6000\ mm)^4}{32800\ N/mm^2 \times 5400 \cdot 10^6 mm^4} = 4{,}2\ mm.$$

Zowel de gelijkmatig verdeelde belasting op uitkraging B-D als de puntlast geven een moment K bij steunpunt B. De grootte daarvan is (geen partiële factor; let op de eenheid!):

$$K_{qbb} = ½ q_{bb} \times \ell_{uit}^2 = ½ \cdot 43{,}7\ N/mm \times (2000\ mm)^2 = 87{,}4 \cdot 10^6\ Nmm.$$

$$K_{Fbb} = F_{bb} \times \ell_{uit} = 38{,}4 \cdot 10^3 N \times 2000\ mm = 76{,}8 \cdot 10^6\ Nmm.$$

Dit moment zal het liggerdeel A-B omhoog buigen. De bijbehorende vervorming is [C1]:

$$w_{bb\ A-B\ 2} = -\frac{1}{16} \cdot \frac{(K_{qbb} + K_{Fbb}) \times \ell_{ov}^2}{EI_y}$$

$$= -\frac{1}{16} \cdot \frac{(87{,}4\ Nmm + 76{,}8\ Nmm) \times (6000\ m)^4}{32800\ N/mm^2 \times 5400 \cdot 10^6 mm^4} = -2{,}1\ mm.$$

Er geldt dus: $w_{bij\ veld} = w_{vb} + k \cdot (w_{bb} + \psi_2 \cdot w_{vb}) = 2{,}3 + 3 \cdot (4{,}2 - 2{,}1 + 0{,}3 \times 2{,}3) = 10{,}7\ mm.$

Voor de strenge doorbuigingseis geldt: $w_{bij,norm} = 0{,}002\ \ell_{ov} = 0{,}002 \times 6000 = 12\ mm.$

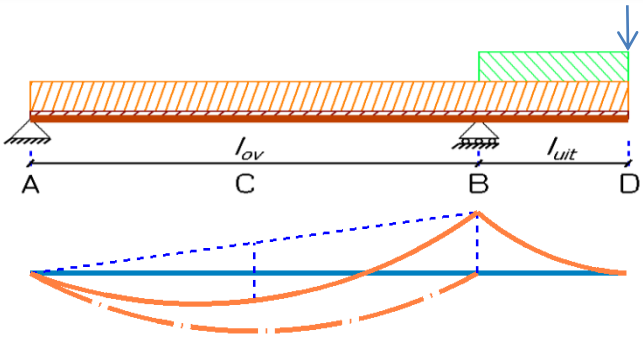
$$\text{U.C.} = \frac{w_{bij\ veld}}{w_{bij\ norm}} = \frac{10{,}7\ mm}{12\ mm} = 0{,}89 < 1.\ \checkmark$$

Extreme belasting op uitkraging B–D.

Bij deze belastingcombinatie is alleen op de uitkraging veranderlijke belasting aanwezig. De blijvende belasting geldt voor de hele ligger (met de puntlast op het uiteinde van de uitkraging). Naast formule [B3] moet bij deze berekening ook formule [B1] worden gebruikt.

Berekening sterkte

Het steunpuntmoment bij B wordt alleen bepaald door de belasting op de uitkraging. Het maximale moment treedt op als de uitkraging extreem wordt belast, dus door zowel de blijvende als de veranderlijke belasting. Ook hier moeten we de partiële factoren voor ongunstige belasting gebruiken.



Figuur 31 - Uitkragende ligger met momentenlijn; belastingcombinatie 2.

$$M_{st.punt\ max;d} = ½ \cdot (\gamma_G\, q_{bb} + \gamma_Q\, q_{vb}) \times \ell_{uit}^2 + \gamma_G\, F_{bb} \times \ell_{uit} =$$
$$½ \cdot (1{,}2 \times 43{,}7\ kN/m + 1{,}5 \times 24\ kN/m) \times (2\ m)^2 + 1{,}2 \times 38{,}4\ kN \times 2\ m = 269{,}1\ kNm$$

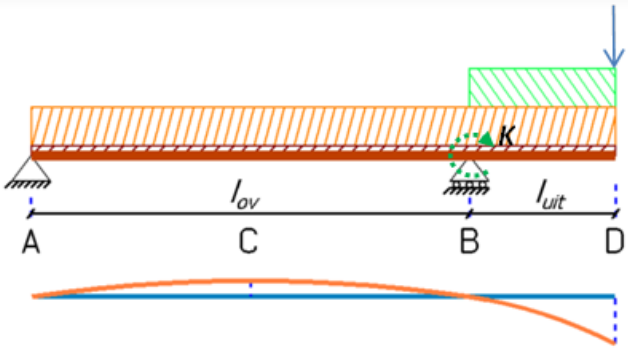
$$\sigma_{m;d} = \frac{M_{st.punt\ max;\ d}}{W} = \frac{269{,}1 \times 10^6}{18 \times 10^6} = 14{,}9\ N/mm^2$$

$$\text{Voor C30/37 wordt de U.C.} = \frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} = \frac{14{,}9\ N/mm^2}{20\ N/mm^2} = 0{,}75 \leq 1\ \checkmark$$

Berekening doorbuiging

Bij deze belastingcombinatie moet de zakking van het uiteinde van de uitkraging worden bepaald. De bijkomende doorbuiging wordt bepaald door de veranderlijke belasting op de uitkraging en de kruip van de uitkraging. De veranderlijke belasting op de uitkraging zal het liggerdeel A-B doen opbollen, waardoor bij B een hoekverdraaiing ontstaat die de uitkraging naar beneden afbuigt.

Voor het berekenen van de zakking in D ten gevolge van de *veranderlijke belasting* moeten we de ligger daarom opdelen in twee stukken: een ingeklemde ligger B-D met daarop de *veranderlijke* belasting en een ligger op twee steunpunten A-B met in steunpunt B een moment *K*, veroorzaakt door de veranderlijke belasting op de uitkragende ligger B-D.



Figuur 32 - Uitkragende ligger met vervormingslijn; belastingcombinatie 2.

Omdat dit een stijfheidscontrole (BGT) is, gebruiken we geen partiële factoren.

Voor de uitkraging geldt: $w_{uit\ vb1} = \frac{1}{8} \cdot \frac{q_{vb}\ell_{uit}^4}{EI_y} = \frac{1}{8} \cdot \frac{24\ N/mm \times (2000\ mm)^4}{32800\ N/mm^2 \times 17156 \cdot 10^6 mm^4} = 0{,}3\ mm.$

Voor de hoekverdraaiing ten gevolge van een moment K geldt: $\varphi = \frac{1}{3} \cdot \frac{K\ell_{ov}}{EI_y}$

Het moment veroorzaakt door de veranderlijke belasting op de uitkraging $K = \frac{1}{2} \cdot q_{vb} \cdot \ell_{uit}^2$.
$K = \frac{1}{2} \cdot 24 \times (2000)^2 = 48 \times 10^6\ Nmm.$ (Let op de eenheid!)

$$\varphi = \frac{1}{3} \cdot \frac{K\ell_{ov}}{EI_y} = \frac{1}{3} \cdot \frac{48 \times 10^6 \times 6000}{32800\ N/mm^2 \times 17156 \cdot 10^6 mm^4} = 0{,}002.$$

$$w_{uit\ vb2} = \ell_{uit} \times \varphi = 2000\ mm \times 0{,}00054 = 1{,}1\ mm.$$

De vervorming door kruip wordt bepaald door de blijvende belasting en het quasi blijvende deel van de veranderlijke belasting op de uitkraging. Naast de gelijkmatig verdeelde belasting is er ook de puntlast die voor kruip zorgt. Let op: $F_{bb} = 38400\ N$!

De kruip door de blijvende belasting op liggerdeel A-B zal het uiteinde van de uitkraging omhoog duwen. De (quasi) blijvende belasting op de uitkraging zal ook enige kruip veroorzaken op het omhoog gebogen liggerdeel A-B. Deze zal het uiteinde van de uitkraging omlaag duwen. Om de berekening niet te ingewikkeld te maken, zullen we ook hier deze elkaar tegen werkende vervormingen buiten beschouwing laten.

Voor de kruip geldt: $w_{kr} = k \cdot (w_{bb1} + w_{bb2} + \psi_2 \cdot w_{vb1})$ met $k = 3$ en $\psi_2 = 0{,}3$.

Voor de uitkraging geldt: $w_{uit\ bb1} = \frac{1}{8} \cdot \frac{q_{bb}\ell_{uit}^4}{EI_y} = \frac{1}{8} \cdot \frac{45{,}8\ N/mm \times (2000\ mm)^4}{32800\ N/mm^2 \times 17156 \cdot 10^6 mm^4} = 0{,}5\ mm.$

$w_{uit\ bb2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{F_{bb}\ell_{uit}^3}{EI_y} =. \frac{1}{3} \cdot \frac{38400\ N \times (2000\ mm)^3}{32800\ N/mm^2 \times 17156 \cdot 10^6 mm^4} = 0{,}9\ mm.$

$w_{uit\ kr} = 3 \cdot (0{,}5\ mm + 0{,}9\ mm + 0{,}3 \cdot 0{,}3\ mm) = 4{,}5\ mm.$

$w_{bij\ uit} = w_{uit\ vb1} + w_{uit\ vb2} + w_{uit\ kr} = 0{,}3\ mm + 1{,}1\ mm + 4{,}5\ mm = 5{,}9\ mm.$

Voor de doorbuiging nemen we de strenge eis om de vervorming in de gevel zo klein mogelijk te houden. Voor de uitkraging geldt: $w_{bij\ norm\ uit} = 0{,}002 \times 2\ \ell_{uit} =$
$0{,}002 \times 2 \times 2000\ mm = 8\ mm.$

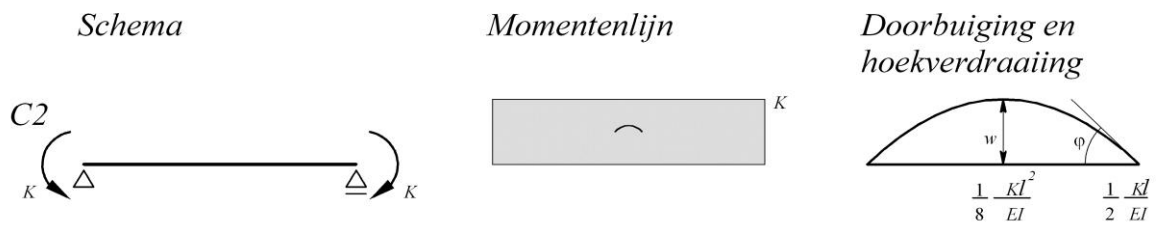
U.C. = $\frac{w_{bij\ uit}}{w_{bij\ norm\ uit}} = \frac{5{,}9\ mm}{8\ mm} = 0{,}73 \leq 1$ √

Evaluatie controleberekeningen.

De extra belasting werkt gunstig voor het maximale veldmoment. Het steunpuntmoment en de zakking bij de uitkraging worden uiteraard iets groter. De uitkraging heeft echter nog voldoende overcapaciteit. Deze kan met de gegeven gevelbelasting (relatief licht!) worden opgerekt naar 2,3 meter, duidelijk minder dan zonder gevelbelasting. De uitkraging is dan maatgevend.

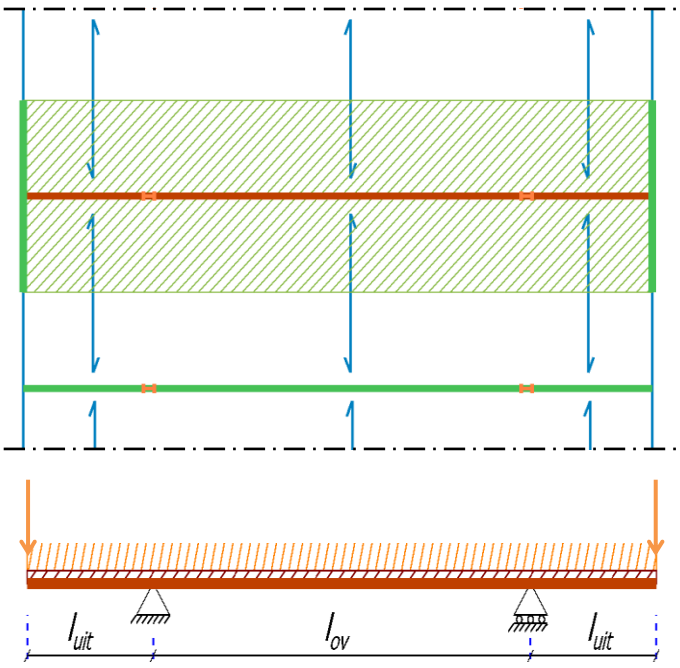
5.4 Controleberekening tweezijdig uitkragende ligger met gevelbelasting

Naast eenzijdig uitkragende liggers komen er ook tweezijdig uitkragende liggers voor. De berekening daarvan komt vrijwel overeen met die van een eenzijdig uitkragende ligger. In plaats van de formules van belastingschema C1 moeten we nu die van belastingschema C2 gebruiken. Aan beide zijden levert de belasting op de uitkraging een steunpuntmoment dat het liggerdeel tussen de steunpunten doet opbollen. Deze steunpuntmomenten verkleinen het veldmoment.



Figuur 33 - Extra te gebruiken formules voor een tweezijdig uitkragende ligger.

Gegeven is een gebouw met liggers op twee steunpunten (kolommen) die aan twee zijden met gelijke lengte uitkragen. De uitkragende ligger moet bovendien de gevelwanden dragen. Deze komen als een puntlast op de uiteinden van de uitkraging (zie de schematische draagconstructie plattegrond met het statische schema). We geven alleen de formules weer en maken geen berekeningen. Met de voorgaande voorbeeldberekeningen voor een eenzijdige uitkraging moeten ook de berekeningen voor een tweezijdig uitkragende ligger kunnen worden gemaakt.



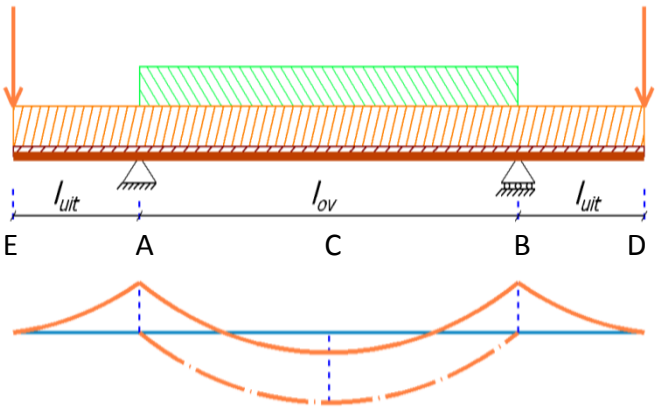
Figuur 34 - Deel schematische DC plattegrond met tweezijdig uitkragende ligger.

Voor het berekenen van de liggers moeten we deze in drie delen verdelen: een gewone ligger op twee steunpunten en twee 'ingeklemde' liggers. De ingeklemde liggers zijn in feite verend ingeklemde liggers. Ze veroorzaken een moment bij de steunpunten, dat het liggerdeel tussen de steunpunten doet opbuigen. Bij het berekenen van de maximale momenten en doorbuigingen kunnen we gebruik maken van de hiervoor al genoemde belastingschema's op het formuleblad: A1, B2 en B3 en C2. Bij de gebruikte formules plaatsen we hierna de nummers van de gebruikte belastingschema's tussen rechte haken [ ].
Extremen voor spanningen en doorbuigingen vinden we door de belasting op het te beschouwen liggerdeel extreem te nemen (ongunstig werkende belastingen) en die op de rest van de ligger zo klein mogelijk te maken (gunstig werkende belastingen). Er zijn twee belastingcombinaties: alleen veranderlijke belasting op het liggerdeel tussen de steunpunten en alleen veranderlijke belasting op de beide uitkragingen. Met deze twee combinaties vinden we de bijbehorende extremen voor spanning en doorbuiging.

Belastingcombinatie 1

Bij belastingcombinatie 1 is er alleen veranderlijke belasting aanwezig op het liggerdeel tussen de opleggingen A en B. De belasting op de uitkragingen compenseren voor een deel de belastingen op het liggerdeel tussen de steunpunten en werken dus gunstig.

Controle sterkte (UGT)
Het zal duidelijk zijn dat een belasting op het liggerdeel tussen de steunpunten een extreme waarde zal geven voor het veldmoment van dit liggerdeel.



Figuur 35 - Statisch schema en momentenlijn van een tweezijdig uitkragende ligger met opgelegde belasting op liggerdeel A-B.

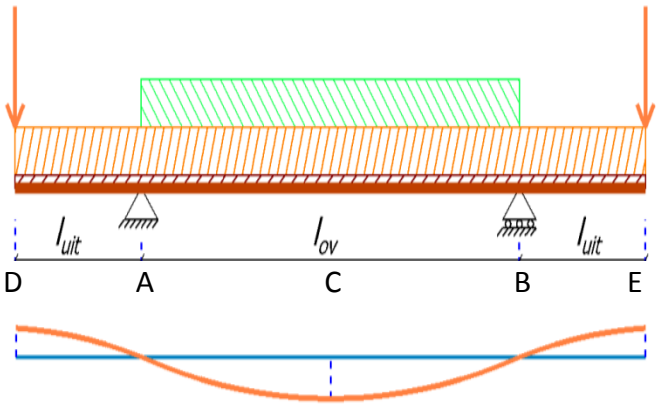
In het algemeen zal het veldmoment worden verminderd met de helft van het steunpuntmoment aan de linkerzijde en de helft van het steunpuntmoment aan de rechterzijde. Bij een gelijke belasting op de beide uitkragingen zal dus twee keer het halve steunpuntmoment van het veldmoment afgetrokken moeten worden. Voor het veldmoment geldt dan [met belastingschema's A1 en C2 (met B3 en B2)]:

$$M_{veld\ max;d} = \tfrac{1}{8} \cdot \left(\gamma_G\, q_{bb} + \gamma_Q\, q_{vb}\right) \times \ell_{ov}^2 - \left(\tfrac{1}{2} \cdot \gamma_G\, q_{bb} \times \ell_{uit}^2 + \gamma_G\, F_G \times \ell_{uit}\right)$$

Gebruik de juiste partiële factoren: 1,2 en 1,5 voor ongunstig werkende krachten en 0,9 (en 0) voor gunstig werkende krachten.

De buigspanning door het veldmoment bij C wordt: $\sigma_{m;d} = \dfrac{M_{veld\ max;d}}{W_y}$

Controle BGT ligger (stijfheid)



Figuur 36 - Statisch schema en vervormingslijn tweezijdig uitkragende ligger met veranderlijke belasting tussen de steunpunten.

De grootste doorbuiging bij C (veld) zal ontstaan als de belasting tussen de steunpunten zo groot mogelijk is (met opgelegde belasting) en die op de uitkragingen zo laag mogelijk (zonder opgelegde belasting). De grootte van de totale bijkomende doorbuiging wordt bepaald door de opgelegde belasting en de eventueel aanwezige kruip. We geven hier de formules met kruip. Bij staal mag het aandeel van de kruip worden weg gelaten. Bij deze berekening zijn de partiële factoren niet nodig.

In het algemeen geldt weer: $w_{bij} = w_{vb} + w_{kr} = w_{vb} + k \cdot (w_{bb} + \psi_2 \cdot w_{vb})$.
De bijkomende doorbuiging bij C door de veranderlijke belasting op A-B wordt [A1]:

$$w_{vb\ A-B} = \frac{5}{384} \cdot \frac{(q_{vb}) \times \ell_{ov}^4}{EI_y}$$

De bijkomende doorbuiging bij C ten gevolge van de blijvende belasting op A-B wordt [A1]:

$$w_{bb\ A-B\ 1} = \frac{5}{384} \cdot \frac{(q_{bb}) \times \ell_{ov}^4}{EI_y} \quad \text{met: } q_{bb} = q_{eg} + q_{rb}$$

Zowel de gelijkmatig verdeelde belasting op uitkragingen A-E en B-D als de beide puntlasten geven een moment *K* bij steunpunten A en B. De grootte daarvan is (zonder partiële factor; let op de eenheid!):

$$K_{qbb} = ½ q_{bb} \times \ell_{uit}^2$$
$$K_{Fbb} = F_{bb} \times \ell_{uit}$$

Dit moment zal het liggerdeel A-B omhoog buigen. De bijbehorende vervorming is [C1]:

$$w_{bb\ A-B\ 2} = -\frac{1}{16} \cdot \frac{(K_{qbb} + K_{Fbb}) \times \ell_{ov}^2}{EI_y}$$

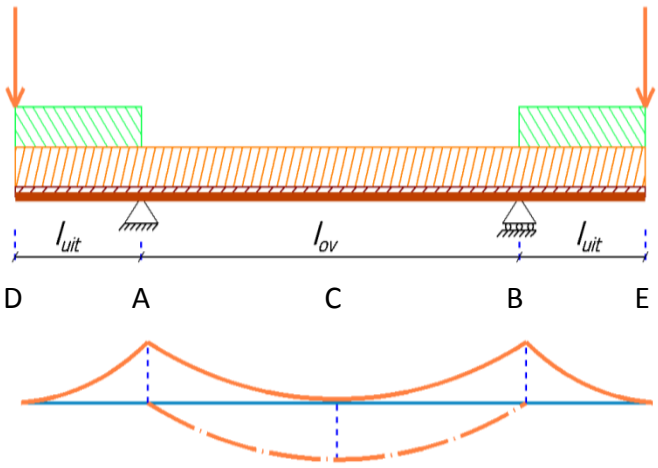
Er geldt dus: $w_{bij\ C} = w_{vb\ A-B} + k \cdot (w_{bb\ A-B1} - w_{bb\ A-B2} + \psi_2 \cdot w_{vb\ A-B})$

Belastingcombinatie 2

Bij belastingcombinatie 2 is de veranderlijke belasting alleen aanwezig *boven de uitkragingen*. De blijvende belasting bevindt zich uiteraard over de hele ligger.

Controle sterkte (UGT)

De maximale buigspanning bij deze belastingcombinatie voor een tweezijdig uitkragende ligger vinden we bij de steunpuntmomenten boven de beide opleggingen. Daar treedt aan de bovenkant trek op en aan de onderzijde druk. Let op: *De grootte van de steunpuntmomenten wordt alleen bepaald door de belasting op de uitkraging!*



Figuur 37 - Statisch schema en momentenlijn tweezijdig uitkragende ligger met puntlast en veranderlijke belasting op uitkraging.

Het steunpuntmoment wordt nu als volgt berekend [B3 en B2]:

$$M_{st.punt\ max;d} = ½ \cdot (\gamma_G\, q_{bb} + \gamma_Q\, q_{vb}) \times \ell_{uit}^2 + \gamma_G\, F_{bb} \times \ell_{uit}$$

$$\sigma_{m;d} = \frac{M_{st.punt\ max;\ d}}{W}$$

De grootte van het veldmoment bij C wordt beïnvloed door de steunpuntmomenten. Zonder belasting op de uitkraging zal het veldmoment op het deel tussen de steunpunten aan de onderzijde trek en aan de bovenzijde druk veroorzaken. Bij belasting op de uitkragingen wordt het veldmoment kleiner. Afhankelijk de lengte van de uitkragingen ten opzichte van de afstand tussen de beide steunpunten en de grootte van de belasting op de uitkragingen (inclusief de puntlasten) zal, wanneer de belasting op de uitkragingen toeneemt, het veldmoment kunnen omkeren. Daarbij ontstaat ook tussen de beide steunpunten aan de onderzijde druk en aan de bovenzijde trek. Dit is vooral van belang bij gewapende betonconstructies om bijvoorbeeld de benodigde veldwapening te bepalen.

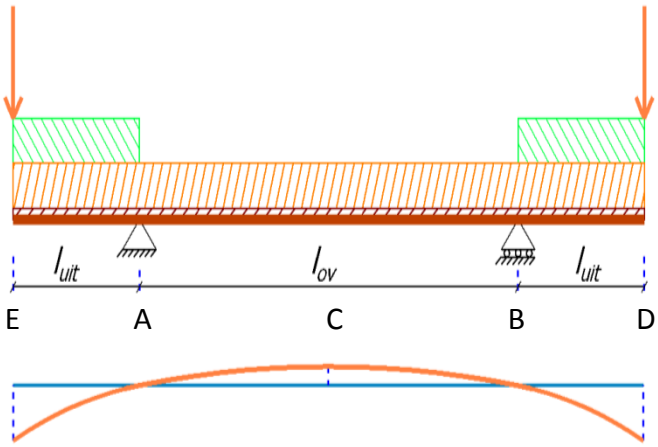
Om het extreme negatieve veldmoment te vinden, zal de gunstig werkende blijvende belasting moeten worden gereduceerd en de ongunstig werkende belasting op de uitkraging extreem moeten worden genomen. Voor het veldmoment bij C geldt voor een tweezijdig uitkragende ligger met gelijke veranderlijk en blijvende belasting en puntlasten op de uitkraging [A1 en C2 (met B3 en B2)]:

$$M_{veld\ min;d} = \tfrac{1}{8} \cdot (0{,}9 \times q_{bb}) \times \ell_{ov}^2 - \left(\tfrac{1}{2} \cdot (1{,}2 \times q_{bb} + 1{,}5 \times q_{vb}) \times \ell_{uit}^2 + 1{,}2 \times F_G \times \ell_{uit}\right)$$

$$\sigma_{m;d} = \frac{M_{veld\ min;\ d}}{W}$$

Controle BGT ligger (stijfheid)

De grootste doorbuiging van de uitkraging vindt plaats bij extreme belasting op de uitkraging en gereduceerde belasting op het liggerdeel tussen de steunpunten. Ten gevolge van de belasting op de uitkragingen zal er een moment worden doorgegeven aan het liggerdeel tussen de steunpunten. Deze zal dit liggerdeel doen opbollen, waardoor de doorbuiging van de uitkragingen groter wordt.



Figuur 38 - Statisch schema en vervormingslijn tweezijdig uitkragende ligger met veranderlijke belasting en puntlast op de uitkraging.

Voor de bijkomende doorbuiging moeten we naar de doorbuiging door de veranderlijke belasting en naar de kruip kijken. Voor de directe doorbuiging van de uitkraging door de veranderlijke belasting geldt [B3]:

$$w_{uit,vb1} = \tfrac{1}{8} \cdot \frac{q_{vb}\ell_{uit}^4}{EI_y}$$

De hoekverdraaiing door het steunpuntmoment geeft een extra zakking:

$$w_{uit,vb2} = \ell_{uit} \times \varphi$$

Voor de hoekverdraaiing ten gevolge van een moment K geldt [C2]: $\varphi = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{K\ell_{ov}}{EI_y}$

Het moment veroorzaakt door de veranderlijke belasting op de uitkraging [B3]:

$$K = ½ \cdot q_{vb} \cdot \ell_{uit}^2$$

Bij deze BGT berekening gebruiken we geen partiële factor. Let ook op de eenheid: het moment kan hier het beste worden berekend in Nmm!

De vervorming door kruip wordt bepaald door de blijvende belasting en het quasi blijvende deel van de veranderlijke belasting op de uitkraging. Naast de gelijkmatig verdeelde belasting is er de puntlast die voor kruip zorgt.

Voor de kruip geldt: $w_{kr} = k \cdot (w_{uit,bb1} + w_{uit,bb2} + \psi_2 \cdot w_{uit,vb1})$

$$w_{uit,bb1} = ⅛ \cdot \frac{q_{bb}\ell_{uit}^4}{EI_y}$$

$$w_{uit,bb2} = ⅓ \cdot \frac{F_{bb}\ell_{uit}^3}{EI_y}$$

De totale bijkomende doorbuiging van de uitkraging wordt:

$$w_{bij,uit} = w_{uit,vb1} + w_{uit,vb2} + w_{uit,kr}$$

Ook hier verwaarlozen we gemakshalve voor de ontwerpberekening de vervorming door de kruip van het liggerdeel A-B. Deze kruip geeft een stijging van de uiteinden door de blijvende belasting op A-B en een zakking door de (quasi) blijvende belasting op de uitkragingen A-E en B-D.

5.5 Andere belastingen op uitkragende liggers.

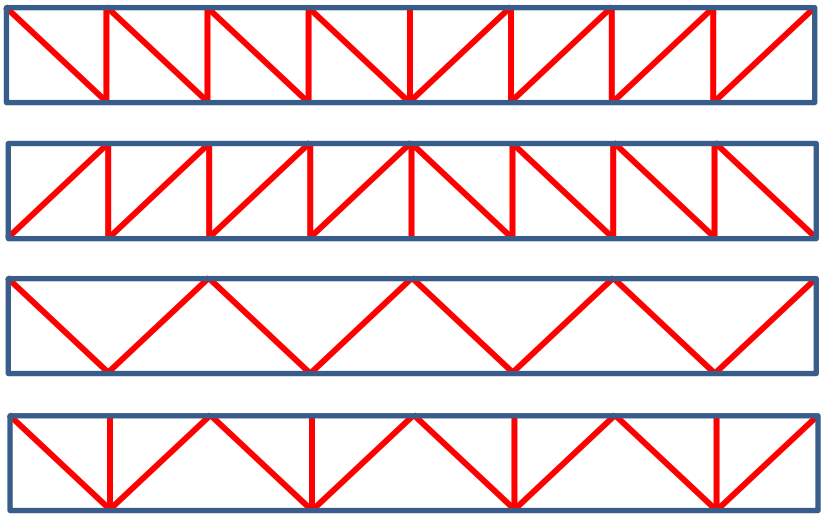
Tot nu toe zijn we er van uitgegaan dat de gelijkmatig verdeelde belasting op de uitkragingen gelijk was aan die van het liggerdeel tussen de beide steunpunten. Dat hoeft echter niet zo te zijn. Bijvoorbeeld bij een galerij langs een woongebouw is de opgelegde belasting, maar gewoonlijk ook de rustende belasting, anders dan die van de binnenruimte. Ook kunnen de uitkragingen een verschillende lengte hebben.
Bedenk zelf hoe dit in de te gebruiken formules tot uiting komt.

De hier gebruikte partiële factoren gelden voor gebouwen met veiligheidsklasse 2. Voor bijvoorbeeld eengezinswoningen geldt de lagere veiligheidsklasse 1 en voor onder meer concertzalen en zeer hoge gebouwen de hogere veiligheidsklasse 3.

In het voorgaande is de puntlast toegepast voor het gewicht van de gevel. Naast blijvende belasting is het ook mogelijk dat veranderlijke belasting als een puntlast op de ligger komt. Stel dat men onder het dak boven de uitkraging een kolomvrije ruimte wil creëren. De opgelegde belasting zal dan via een gevelkolom als puntlast op de uitkragende ligger terechtkomen. Datzelfde geld uiteraard voor het gewicht van de dakconstructie. De hiervoor genoemde formules kunnen dan op eenvoudige wijze worden uitgebreid. Het tekenen van de schematische draagconstructieplattegronden met daarop aangegeven de belastingvelden is daarbij een effectief hulpmiddel.

6. Globale dimensionering vakwerkliggers

Bij grotere overspanningen zal een simpele balk als ligger niet meer voldoen. Een geschikt element dat dan in aanmerking komt is een vakwerkligger. Het woord vakwerk wordt in de bouwkunde ook gebruikt voor het houtskelet met een invulling van metselwerk dat onder meer veel in Duitsland in gebouwen is toegepast. In dit hoofdstuk verstaan we onder vakwerk een draagconstructie-element dat is opgebouwd uit driehoeken. Een driehoek is in tegenstelling tot een vierhoek vormvast. Het meest eenvoudige vakwerk is een driehoekspant dat uit één driehoek bestaat.
Een vakwerkligger is opgebouwd uit meerdere driehoeken naast elkaar, waardoor een stijf geheel ontstaat. Bij vakwerkliggers wordt onderscheid gemaakt tussen randstaven (blauw) en wandstaven (rood) (*Figuur 39*). Bij de randstaven onderscheiden we de onder- en bovenrand en de meestal verticale eindstaven. De wandstaven bestaan uit diagonalen en meestal ook verticale staven. Daarbij worden twee patronen onderscheiden: N-liggers en V-liggers. Bij de N-liggers wordt bovendien onderscheid gemaakt tussen een ligger met vallende en een ligger met stijgende diagonalen. Bij V-vakwerkliggers kunnen eventueel verticale staven zijn toegevoegd.



Figuur 39 - Van boven naar beneden: N-vakwerkligger met vallende diagonalen, N-vakwerkligger met stijgende diagonalen, een V-vakwerkligger en een V-vakwerkligger met verticale staven.

De knooppunten van een vakwerk zijn in principe scharnierend met elkaar verbonden. Daardoor kunnen via de knooppunten geen momenten worden overgedragen en moet de belasting worden doorgegeven als normaalkracht. De spanningen in de staven van het vakwerk zijn daarom vooral trek- en drukspanningen. Bij balken zijn dat vooral buigspanningen. Buiging geeft over het algemeen grote spanningen en vervormingen, terwijl normaalkrachten veel lagere spanningen en vervormingen opleveren.
In een vakwerk wordt het materiaal dus meer optimaal gebruikt. Een nadeel van een vakwerk is de relatief grote constructiehoogte ten opzichte van een balk. Als vuistregel voor vakwerken onder het dak nemen we: $h = \frac{1}{10} tot \frac{1}{15} van\ de\ overspanning$.

De overspanning is de afstand tussen de opleggingen. Voor vloeren zijn veel forsere vakwerken nodig. Daarom past men daar meestal verdiepingshoge vakwerken toe, zodat de constructie-hoogte van de vloer zelf relatief klein kan blijven. Een nadeel van deze vakwerken zijn de diagonalen die als storend worden gezien. Een alternatief is dan de vierendeelligger. Bij vierendeelliggers worden de staven echter op buiging belast, zodat veel forsere profielen nodig

zijn met buigvaste verbindingen. Deze ligger vergt daarom veel meer materiaal om aan sterkte- en stijfheidseisen te voldoen.

Bij het ontwerpen van een vakwerk kunnen met vuistregels profielen of gewichten worden toegekend. Het meest eenvoudig is het om het gewicht van het vakwerk in te schatten. Uitgaande van de totale belasting op het vakwerk kunnen we dan de volgende globaal geschatte gewichten nemen:

$$\textit{Dakligger:}\ \ G_{eg} = 0{,}05 \times G_{rb} + Q \quad \textit{en} \quad \textit{Vloerligger:}\ \ G_{eg} = 0{,}1 \times G_{rb} + Q$$

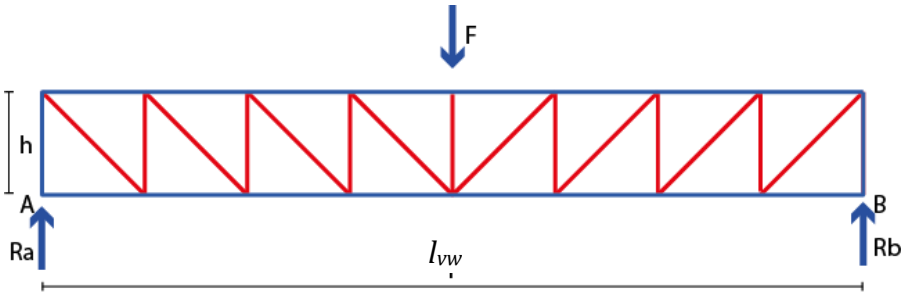
De benodigde profielen kunnen vervolgens worden berekend met de formule $A_{ben} = \frac{F_{staaf;d}}{f_{t;d}}$.

$f_{t;d}$ is de rekenwaarde van de treksterkte. Deze is in principe gelijk aan de rekenwaarde van de druksterkte: $f_{c;d}$. Bij op druk belaste staven moet echter ook rekening worden gehouden met knik. Als de bovenrand bovendien dak- of vloerplaten draagt, moet deze ook op buiging worden berekend. De totale spanning is dan de som van $\sigma_{c;d}$ en $\sigma_{m;d}$ die dan kleiner moet zijn dan $f_{c;d}$. Bij buiging van de bovenrand geldt: $\sigma_{t;d} + \sigma_{m;d} \leq f_{t;d}$. Voor de spanningen in deze controleberekeningen nemen we uiteraard de absolute waarden.

Bij een vakwerk dat door een lijnlast wordt belast op buiging, kan de grootte van de onder- en bovenrand worden ingeschat door de randstaven tussen de knooppunten als liggers op twee steunpunten te beschouwen. Gebruik vervolgens de vuistregels voor een vloer- of dakligger.

6.1 Vakwerk belast door een enkele puntlast

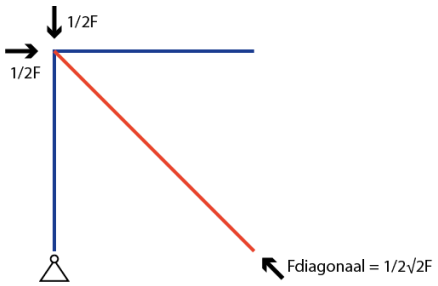
We beschouwen hier een N-vakwerk met vallende diagonalen, waardoor in de diagonalen trekkrachten komen en deze relatief slank kunnen worden uitgevoerd. Stel dat het vakwerk in het midden wordt belast door een puntlast *F* (Figuur 40). De puntlast moet worden opgenomen door de opleggingen. De kracht stroomt daardoor via de verticale en diagonale wandstaven naar de verticale eindstaven en via deze naar de beide opleggingen. In de opleggingen komt een verticale reactiekracht gelijk aan ½*F*.



Figuur 40 - Vakwerkligger met vallende diagonale belast door een puntlast

De verticale staven krijgen (als we het eigen gewicht buiten beschouwing laten) allen dezelfde belasting. Als we kijken naar het verticale evenwicht bij de opleggingen dan is gemakkelijk in te zien dat de staafkracht gelijk is aan de oplegkracht: $F_{verticaal} = ½F$.

Ook de diagonalen moeten allen dezelfde belasting opnemen. Als we weer het verticale evenwicht beschouwen bij het linker bovenknooppunt, dan geldt dat de verticale component van de diagonale staafkracht gelijk is aan ½*F* (Figuur 41). In dit vakwerk zijn de velden vierkant.

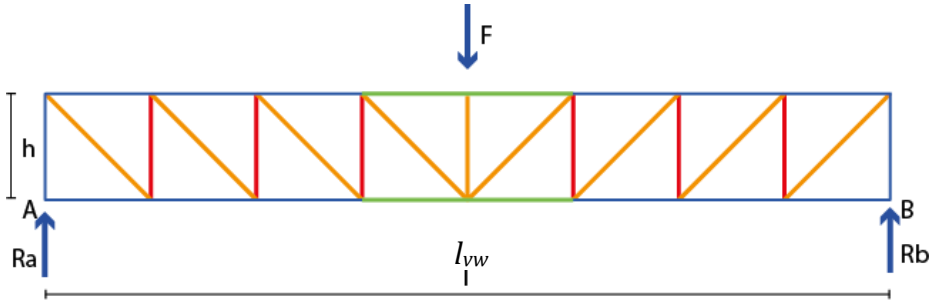


Figuur 41 - Krachten linker boven-knooppunt

De diagonalen lopen dus onder een hoek van 45°. Met de stelling van Pythagoras is gemakkelijk te bepalen dat de staafkracht in de diagonaal gelijk is aan:

$$F_{diagonaal} = \sqrt{(\tfrac{1}{2}F)^2 + (\tfrac{1}{2}F)^2} = \tfrac{1}{2}\sqrt{2} \cdot F\ .$$

De boven- en onderrandstaven worden in het midden het zwaarst belast. Voor het dimensioneren van het vakwerk zijn deze dan ook het meest relevant. Evenals bij een balk moet ook bij een vakwerkligger het uitwendige moment ten gevolge van de belasting op de ligger worden bepaald. Voor een vakwerkligger op twee steunpunten geldt ook hier voor een puntlast in het midden: $M_{uitw.} = \tfrac{1}{4}\, F\ell_{vw}$ (zie formuleblad situatie A0).



Figuur 42 - Oplegreacties in een vakwerkligger

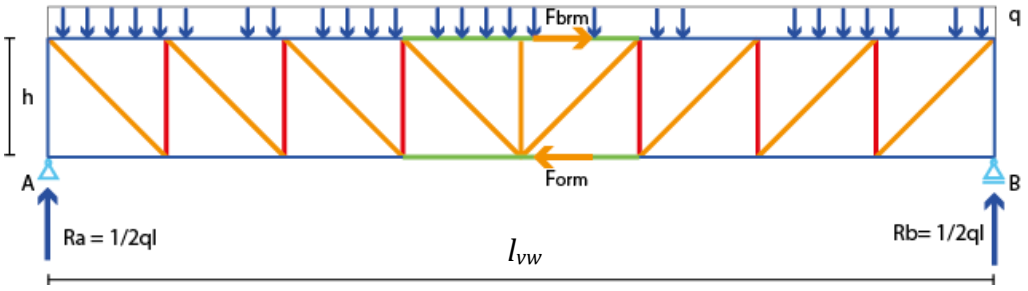
Voor het evenwicht moet het uitwendig moment gelijk zijn aan het inwendig moment: $M_{uitw.} = M_{inw.}$ Het inwendige moment is hier gelijk aan het koppel van de staafkrachten in de boven- en onderrand. Deze staafkrachten zijn als gevolg van het evenwicht wat betreft grootte gelijk, maar wel tegengesteld: Druk in de bovenrand en trek in de onderrand. Er geldt nu $M_{inw.} = F_{staaf} \times h$. Hierin is de h hoogte van het vakwerk. (Figuur 42) De staafkracht wordt dan: $F_{staaf} = \tfrac{1}{4}\, F\ell_{vw} / h$. Duidelijk is te zien dat hoe groter de vakwerkhoogte, des te kleiner de staafkrachten in onder- en bovenrand.

Voor een vakwerk met meerdere belastingen op de knooppunten in de bovenrand geldt in principe hetzelfde. De reactiekrachten geven een positief moment in het midden van de ligger. De belastingen op de knooppunten veroorzaken negatieve momenten. Het uitwendig moment in het midden wordt dan gevonden door van het moment door bijvoorbeeld de linker reactiekracht de momenten door de puntlasten links van het midden af te trekken. Zie voor de uitwerking hiervan paragraaf 6.3. Wil een vakwerk optimaal werken dan moeten de belastingen in de knooppunten aangrijpen.

6.2 Vakwerk belast door een gelijkmatig verdeelde belasting op de bovenrand

Een vakwerkligger die een betonnen vloer ondersteund wordt vaak door een gelijkmatig verdeelde belasting belast. Ook hiervan kunnen we de reactiekrachten berekenen. Elke reactiekracht is uiteraard gelijk aan de helft van de totale belasting (Figuur 43).

Met een totale belasting gelijk aan $q\ell_{vw}$ wordt de reactiekracht $R_A = \tfrac{1}{2} q\ell_{vw}$. Dit is eveneens de grootte van de drukkracht in de eindstaaf en de verticale component van de trekkracht in de diagonaal in het eindveld. Voor het maximale moment van een vakwerkligger belast door een gelijkmatig verdeelde belasting geldt: $M_v = \tfrac{1}{8}\, q\, \ell_{vw}^2$. Inwendig en uitwendig moment zijn gelijk. Het inwendige moment is gelijk aan de staafkracht maal de vakwerkhoogte:
$M_{inw.} = F_{orm} \times h = F_{brm} \times h = M_v$. → $F_{orm} = F_{brm} = \tfrac{1}{8}\, q\, \ell_{vw}^2 / h\ /h$.

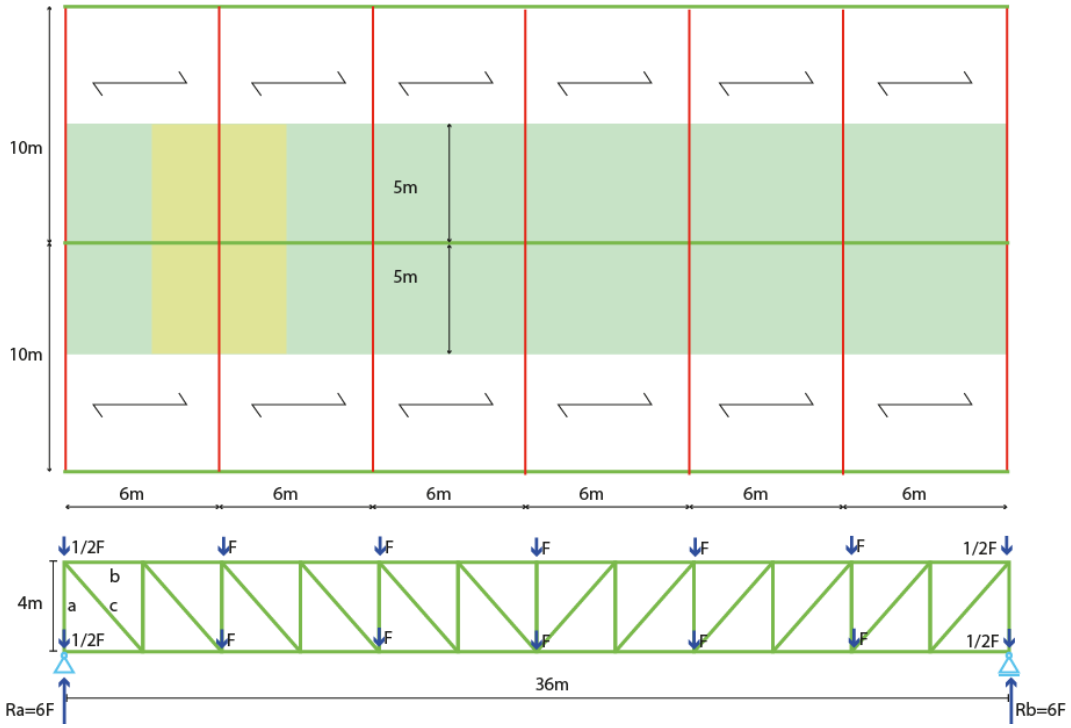


Figuur 43 - Oplegreacties in een vakwerkligger

De staafkracht in de eindstaaf ter plaatse van oplegging A is gelijk aan de reactiekracht van de oplegging: $\frac{1}{2}q\ell_{vw}$. Voor de diagonaalkracht in het eindveld moet weer gekeken worden naar het verticale evenwicht in het bovenknooppunt bij A. Merk op dat de helft van de q-last op het eindveld rechtstreeks wordt afgedragen aan het linker bovenknooppunt en niet via de diagonaal. De verticale component van de einddiagonaal is dus kleiner dan $\frac{1}{2}q\ell_{vw}$. Zie voor verdere uitwerking paragraaf 6.4.

6.3 Verdiepingshoog vakwerk belast door meerdere puntlasten

In een gebouw met een kantoorfunctie op de 1ste en 2de verdieping moet op de begane grond een grote kolomvrije ruimte komen. Men plaatst daarom verdiepingshoge vakwerken met een lengte van 36 meter en een hoogte 4 meter, die gelijktijdig de twee verdiepingen dragen. Een aantal knooppunten ondersteunt een vloerbalk. Deze secundaire vloerbalken (HEA-profielen) hebben een vrije overspanning van 10 meter. Zij dragen een staalplaatbetonvloer (vloerdikte 225 mm) met een afwerklaag, leidingen en een plafond. De staalplaten overspannen 6 meter. De staalplaatbetonvloer heeft een totaalgewicht van 3,6 kN/m². Afwerklaag, leidingen en plafond wegen bij elkaar 1,8 kN/m². Het totale vloergewicht wordt daarmee 5,4 kN/m².



Figuur 44 - Deel schematische DC plattegrond (met weergegeven belasting op het vakwerk) en aanzicht vakwerk

Uit de schematische DC-plattegrond (Figuur 44) blijkt dat via een balk aan weerszijden een oppervlak van 6 × 5 m² op het knooppunt van het vakwerk wordt afgedragen. Totaal op een knooppunt dus 6 × (5+5) = 60 m² (oranje vlak). Dit geeft een belasting van 60 m² × 5,4 kN/m² = 324 kN. Voor de vloerbalken nemen we een HE500A met een massa van 155 kg/m of een gewicht van 0,01 m × 155 kN = 1,55 kN/m. Dit geeft een belasting van (5 + 5) × 1,55 kN/m = 15,5 kN. De rustende belasting op de vakwerkligger per belast knooppunt wordt daarmee 324+15,5 = 339,5 kN. Hierbij komt nog het eigen gewicht van het vakwerk. Als we dit gewicht op 10% van de rustende belasting schatten, wordt dit 34 kN. De totale blijvende belasting wordt daarmee (afgerond) 340 + 34 = 374 kN.

Voor een kantoorfunctie geldt volgens de Nationale Bijlage bij de Euronorm een opgelegde belasting van 2,5 kN/m². Met lichte scheidingswanden wordt dit een belasting van 3 kN/m². Als puntlast op het vakwerk moet deze belasting worden vermenigvuldigd met het oranje oppervlak: 6 × (5 + 5) × 3kN = 180 kN.

De rekenwaarde voor de UGT (uiterste grenstoestand) wordt: F_d = 1,2 × 374 kN + 1,5 × 180 kN = 718 kN. Deze kracht komt als een puntlast F_d op het vakwerk, zowel op de boven- als op de onderrand. De oplegreactie t.g.v. deze knooppuntbelastingen voor twee verdiepingen wordt dan 2 × (½F_d + F_d + F_d + ½ F_d) = 6 F_d → R_A = 6 × 718 kN = 4309 kN.

Dimensionering verticale eindstaaf

Uit het evenwicht in knooppunt A volgt dat de belasting op de verticale eindstaaf a gelijk is aan 6 F_d – ½ F_d. Een deel van de onderste vloer draagt immers rechtstreeks af op het knooppunt A en niet op de eindstaaf. Op de eindstaaf komt daarmee een drukbelasting $F_{c;d\ eindstaaf}$ van 4309 – ½ × 718,2 = 3950 kN. Bij toepassing van staal S355 (met een sterkte van 355 N/mm²) is daarvoor minimaal een doorsnede nodig van $A_{ben} = F_{c;d}/f_{c;d}$ = 3950 × 10³/355 = 11127 mm². Hiervoor zou een HE300A kunnen worden genomen.

De eindstaaf moet ook op knik worden gecontroleerd (zie hiervoor berekening kolom).

De knikkracht $F_{cr} = \pi^2 \cdot \dfrac{E \cdot I_z}{\ell_{cr}^2} = \pi^2 \cdot \dfrac{210000 \cdot 6310 \cdot 10^4}{4000^2}$ = 8173883 N.

Het knikgetal n = $\dfrac{F_{cr}}{F_{c;d}} = \dfrac{8173883}{3950 \times 1000}$ = 2,1

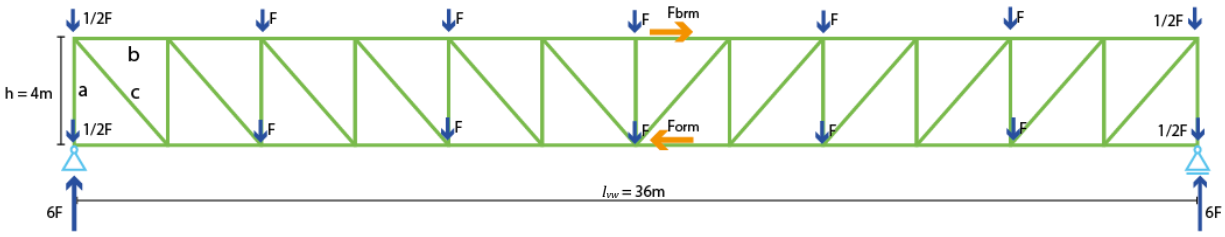
Uit veiligheidsoverwegingen is het knikgetal bij voorkeur n ≥ 5 (zie berekening kolom). Daarom zal hier een groter kwadratisch oppervlaktemoment I_z (om de zwakke as) moeten worden gekozen: $I_{z\ nodig}$ = 5/n × I_z = 5/2,1 × 6310·10⁴ mm⁴ = 15024·10⁴ mm⁴.

Hierbij hoort een HE900B, HE300M of een kokerprofiel HF RHS 300×300×10. Het kokerprofiel heeft het laagste gewicht: 0,9 kN/m. De oppervlakte van de doorsnede is 11490 mm², zodat met dit profiel ook aan de sterkte-eis wordt voldaan (zie het hiervoor berekende, benodigde oppervlak van 11127 mm²).

Dimensionering diagonaal in eindveld

Uit de afbeelding van het vakwerk (Figuur 45) is te zien dat de diagonale staaf b in het eindveld bij oplegpunt A wordt belast door 2 × (F_d + F_d + ½ F_d) = 5 F_d. (Let wel, de belasting ter plaatse van de eindstaaf komt niet op de diagonaal terecht.) De verticale component van de normaalkracht in de diagonaal is dus 5 × 718,2 = 3591 kN. De staafkracht $F_{t;\ d,\ diagonaal\ b}$ verhoudt zich met de

verticale component als de lengte van de diagonaal met de lengte van de verticale staaf. De lengte van de diagonaal is: $\ell_c = \sqrt{\ell_a^2 + \ell_b^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ meter.



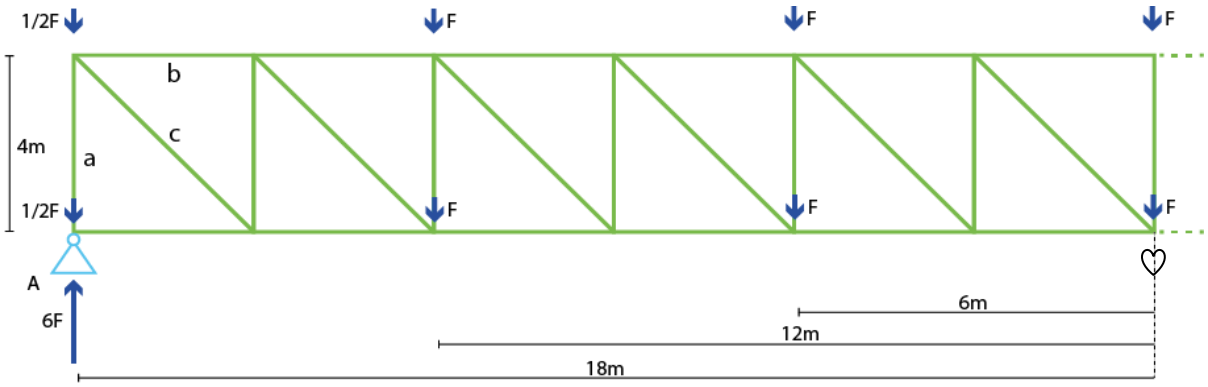
Figuur 45 - Inwendig moment in vakwerk

$F_{t;\,d,\,diag\,c} = \frac{\ell_c}{\ell_a} F_{t;d\ vert.comp} = \frac{5}{4} \times 3591kN = 4488{,}8$ kN. → $A_{benodigd} = \frac{4488{,}8 \times 1000}{355} = 12644$ mm².

Voor de diagonaal is daarmee minimaal een kokerprofiel HF RHS 300×300×12,5 nodig met een doorsnede-oppervlak van 14210 mm². Het gewicht hiervan is 1,12 kN/m.

Dimensionering onderrand in het midden

De staafkrachten in onder- en bovenrand kunnen we berekenen door het inwendig moment gelijk te stellen aan het uitwendig moment. Het uitwendig moment in het midden van het vakwerk is gelijk aan: M_{uitw} = (6-1) F_d ×18m – 2 F_d ×12m – 2 F_d ×6m = 54 F_d kNm (Figuur 46).



Figuur 46 - Uitwendig moment

Met F_d = 718,2 kN geeft dit: M_{uitw} = 54 × 718,2 = 38782,8 kNm. M_{inw} = $F_{d,orm}$ × h = M_{uitw}.

De trekkracht in de onderrand wordt daarmee: $F_{t;\,d,orm} = M_{uitw}./h$ = 38782,8 / 4 = 9696 kN.

Voor het opnemen van deze kracht is een doorsnede nodig van $A_{benodigd} = \frac{9696 \times 1000}{355}$ 27312 mm².

Het grootst beschikbare standaard kokerprofiel voldoet niet. Gekozen kan worden voor een HE 650 B profiel met een doorsnede van 28630 mm². De secundaire liggers kunnen hier gemakkelijk mee worden verbonden. Het gewicht van dit HEB-profiel is 2,41 kN/m.

In de *bovenrand* komt een *drukkracht*. Als we er vanuit gaan dat de bovenrand zijdelings wordt ondersteund door een voldoende stijve en sterke vloer zal er geen knikgevaar zijn.

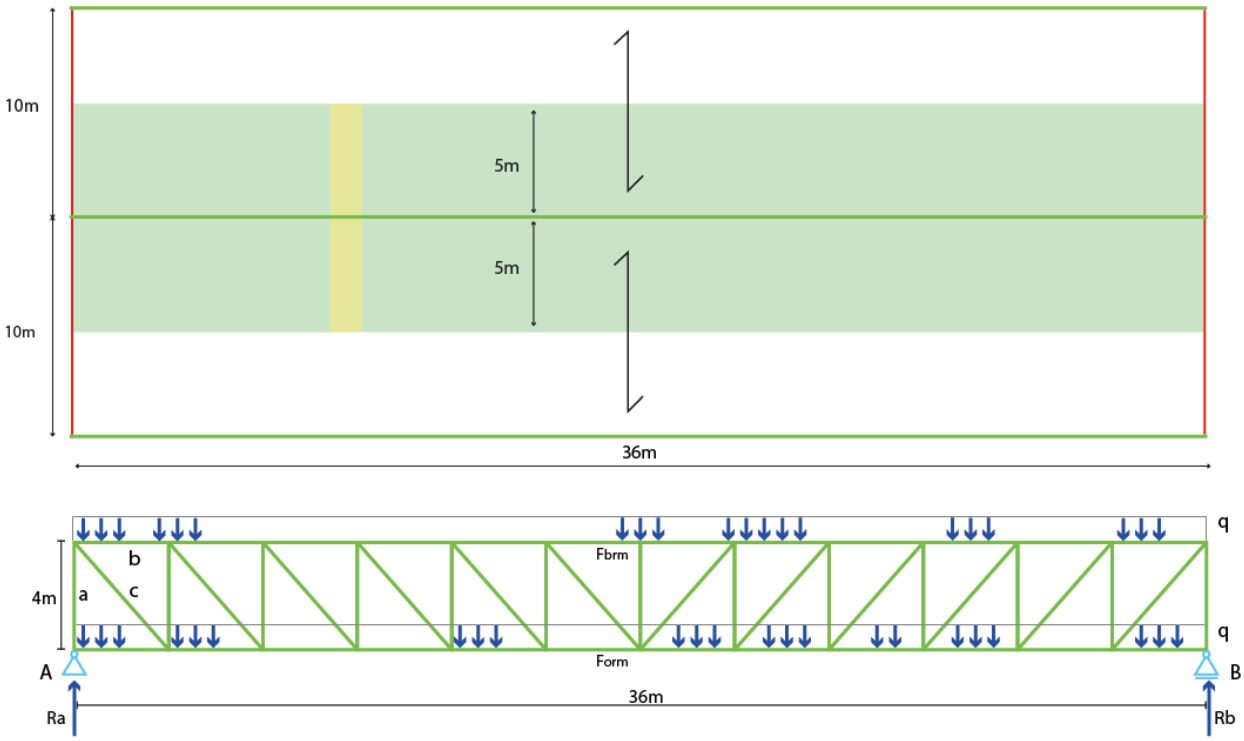
We kunnen nu het werkelijke eigen gewicht van het vakwerk bepalen. Met de hiervoor gevonden profielen wordt dit gewicht 2 × 36 × 2,41 kN/m (onder- en bovenrand) + 11 × 4 × 0,9 (verticale staven met uitzondering van de eindstaven) + 12 × 5 × 1,12 (diagonalen) = 278 kN. Deze belasting verdeeld over de belaste knooppunten (knooppunten belast door F_d of ½F_d) geeft een

puntlast van 278 /(10 + ½ × 4) = 23,2 kN. Dit is 10,8 kN minder dan geschat. Daarmee is het mogelijk voor de onder- en bovenrand te volstaan met een HE 600 B profiel.

6.4 Verdiepingshoog vakwerk belast door een gelijkmatig verdeelde belasting

We beschouwen hetzelfde gebouw als in het vorige voorbeeld, maar nu met een alternatieve vloerconstructie met betonnen kanaalplaten. Deze platen worden rechtstreeks ondersteund door de vakwerkliggers. Secundaire vloerbalken zijn daarbij niet nodig.

Het vakwerk heeft weer een overspanning van 36 meter en een hoogte 4 meter. (zie Figuur 47) De kanaalplaten overspannen 10 meter. Op de kanaalplaten worden een druklaag gestort van 50 mm dikte met een gewicht van 0,05 × 24 = 1,2 kN/m². Afwerklaag, leidingen en plafond wegen bij elkaar eveneens 1,2 kN/m². Gezien de belasting op de kanaalplaten en de overspanning ervan zijn er kanaalplaten nodig met een dikte van 260 mm en een gewicht van 4 kN/m². Het totale vloergewicht wordt daarmee 4 kN/m² + 1,2 kN/m² + 1,2 kN/m² = 6,4 kN/m².



Figuur 47 - Schematische DC plattegrond (met belastingafdracht naar vakwerkligger) en aanzicht vakwerkligger

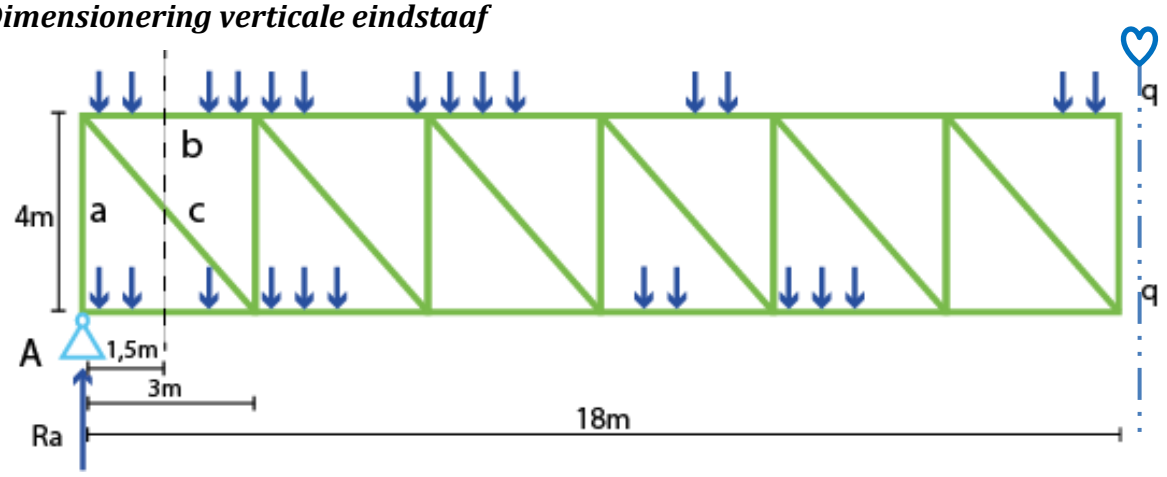
Het vakwerk wordt per verdieping belast door een rustende belasting q_{rb} = (5 m + 5 m) × 6,4 kN/m² = 64 kN/m. Het eigen gewicht van het vakwerk wordt geschat op 8 kN/m. verdeeld over de onder- en bovenrand: q_{eg} = 4 kN/m. Samen geeft dit een blijvende belasting q_{bb} = 68 kN/m.

De veranderlijke belasting per verdieping is q_{vb} = (5 m + 5 m) × 3 kN/m² = 30 kN/m.

Per verdieping word dit: q_d = 1,2 × 68 kN/m + 1,5 × 30 kN/m = 127 kN/m.

De oplegkracht $R_{A;d}$ = ½ × 2 × ℓ_{vw} × q_d = ½ × 2 × 36 m × 127 kN/m = 4558 kN.

Dimensionering verticale eindstaaf



Figuur 48 - Gelijkmatig verdeelde belasting op vakwerk

Uit het evenwicht in knooppunt A (Figuur 48) volgt dat de drukbelasting op de verticale eindstaaf *a* gelijk is aan $R_{A;d}$ - ½ × 3 × q_d = 4558 kN – 1,5 m × 126,6 kN/m = 4368 kN. Een deel van de onderste vloer draagt immers rechtstreeks af op het knooppunt A en niet op de eindstaaf. Op de eindstaaf komt daarmee een drukbelasting $F_{c;d\ eindstaaf}$ van 4367,7 kN. Bij toepassing van staal S355 is daarvoor minimaal een doorsnede nodig van $A = F_{c;d}/f_{;d}$ = 4367,7 × 10^3 /355 = 12303 mm². Hiervoor zou een HE320A kunnen worden genomen, met Iz = 6985*10^4 mm⁴.

De knikkracht voor dit profiel: $F_{cr} = \pi^2 \cdot \frac{E \cdot I_z}{\ell_{cr}^2} = \pi^2 \cdot \frac{210000 \cdot 6985 \cdot 10^4}{4000^2}$ = 9048268 N.

Het knikgetal n = $\frac{F_{cr}}{F_{c;d}} = \frac{9048268}{4367,7 \times 1000}$ = 2,1 < 5.

n moet uit veiligheidsoverwegingen groter dan 5 zijn. Daarom zal in dit geval een groter kwadratisch oppervlaktemoment I_z (om de zwakke as) gekozen moeten worden. $I_{z\ nodig}$ = 5/n × I_z = 5/2,1 × 6985·10^4 mm⁴ = 16631·10^4 mm⁴. Hierbij hoort een HE300M of een kokerprofiel HF RHS 300×300×12,5. Het kokerprofiel heeft het laagste gewicht: 1,12 kN/m. De oppervlakte van de doorsnede daarvan is 14210 mm². Voor de sterkte was minimaal 12303 mm² nodig, zodat ook aan de sterkte-eis wordt voldaan.

Dimensionering diagonaal in eindveld

Op de diagonaal b (Figuur 48) komt een belasting die gelijk is aan de helft van de belasting van beide verdiepingen min de helft van de belasting op het eindveld, eveneens voor beide verdiepingen: $R_{A;d}$ – 2 × ½ × 3 × q_d = 4557,6 – 3 × 126,6 = 4177,8 kN. De verticale belasting veroorzaakt in de diagonaal een staafkracht $F_{t;\ d,\ diagonaal\ b}$. Deze staafkracht verhoudt zich met de verticale belasting als de lengte van de diagonaal met de lengte van de verticale staaf. De lengte van de diagonaal is: $\ell_b = \sqrt{\ell_a^2 + \ell_c^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ meter.

$F_{t;\ d,\ diagonaal\ b} = \frac{5}{4} \times 4177,8\ kN = 5222,3$ kN. → $A_{benodigd} = \frac{5222,3 \times 1000}{355} = 14711$ mm².

Het standaard kokerprofiel dat hier het dichtst bij komt, is het profiel HF RHS 300×200×16. Dit profiel heeft een doorsnede van afgerond 14700 mm² en een gewicht van 1,15 kN/m. Alternatieven zijn HF RHS 350×250×16 en HF RHS 500×300×12,5. Overigens voldoet ook een HE300B.

Dimensionering onderrand in het midden

De staafkrachten in onder- en bovenrand kunnen worden berekend door het inwendig moment gelijk te stellen aan het uitwendig moment. Het uitwendig moment in het midden van het vakwerk is gelijk aan: $M_{uitw;d} = \frac{1}{8}\, q_d\, \ell^2 = \frac{1}{8} \cdot (2 \cdot q_{UGT}) \cdot \ell^2$ [kNm]. Met q_d= 126,6 kN/m en ℓ = 36 meter wordt $M_{uitw;d} = \frac{1}{8} \times 2 \times 127 \times 36^2 = 41019$ kNm. $M_{inw;d} = F_{d,orm} \times h = M_{uitw;d}$.

De trekkracht in de onderrand wordt daarmee: $F_{t;\,d,orm} = M_{uitw;d}\,/h$ = 41019 / 4 = 10255 kN.

Voor het opnemen van deze kracht is een doorsnede nodig van: $A_{benodigd} = \frac{10255 \times 1000}{355}$ = 28886 mm². Het grootst beschikbare standaard kokerprofiel voldoet niet. Gekozen kan worden voor een HE 300 M profiel met een doorsnede van 30310 mm². Het gewicht van dit HEM-profiel is 2,38 kN/m. De trekspanning wordt daarin $\frac{10255 \times 1000}{30310}$ = 338 N/mm².

Het eigen gewicht van het vakwerk wordt met de hiervoor gevonden profielen:
2 × 36 × 2,38 (onder- en bovenrand) + 11 × 4 × 1,12 (verticale staven met uitzondering van de eindstaven)+ 12 × 5 × 1,15 (diagonale staven) = 288 kN.
Per verdiepingsvloer wordt dit ½ × 288/36 = 4 kN/m, wat overeenkomt met de schatting.

Bepaling trek en buiging in onderrand

Behalve op trek worden de staven in de onderrand ook op buiging belast met een maximaal moment van $\frac{1}{8} \cdot q_d \cdot \ell_{veld}^2 = \frac{1}{8} \cdot 127 \cdot 3^2 = 143$ kNm. $W_y = 3482 \cdot 10^3$. → $\sigma_{m;d} = \frac{M}{W} = \frac{143 \times 10^6}{3482 \times 10^3}$ = 40,1 N/mm².

De U.C. voor de totale maximale spanning wordt daarmee $\frac{338{,}3 + 40{,}1}{355}$ = 1,07 ≥ 1

Deze U.C. is te groot. Met een verbrede onderrand voor het opleggen van de kanaalplaten voldoet het profiel SFB 310 HE280M 500 20 met A = 34025 mm² en W_z = 2883×10³ mm³:
U.C. = $\frac{301{,}4 + 49{,}3}{355}$ = 0,99.

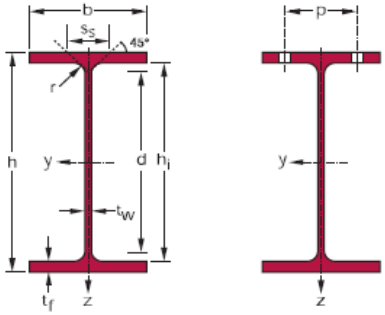
We zijn er vanuit gegaan dat alle knooppunten uit scharnieren bestaan. De onder en bovenrand wordt gewoonlijk echter uitgevoerd als een doorgaande ligger, waardoor de momenten en daarmee de buigspanning in de randen iets worden gereduceerd. Het is ook mogelijk voor een slanker profiel te kiezen en dat waar nodig plaatselijk te versterken.

Bepaling druk en buiging in de bovenrand

Bij de bovenrand moet de buigspanning bij de drukspanning worden opgeteld. In absolute waarde zijn de waarden gelijk aan die in de onderrand. Het knikgetal in de sterke richting van het profiel is voldoende groot om knikveilig te zijn. Als we er vanuit gaan dat de bovenrand ook in de vloer zit opgesloten, zal deze ook in de zwakke richting voldoende knikveilig zijn. Nauwkeuriger berekeningen zouden mogelijk plaatselijke versterking noodzakelijk kunnen maken. Hieraan gaan we echter bij deze globale ontwerpberekening voorbij.

Bijlage 1: tabel HEA-profielen

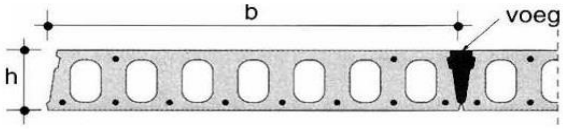
Désignation Designation Bezeichnung	Dimensions Abmessungen							Dimensions de construction Dimensions for detailing Konstruktionsmaße					Valeurs statiques / Section properties / Statische Kennwerte											
													axe fort y-y strong axis y-y starke Achse y-y					axe faible z-z weak axis z-z schwache Achse z-z						
	G	h	b	t_w	t_f	r	A	h_i	d	Ø	p_{min}	p_{max}	I_y	Wel.y	Wpl.y♦	i_y	A_{vz}	I_z	Wel.z	Wpl.z♦	i_z	s_s	I_t	I_w
	kg/m	mm	mm	mm	mm	mm	mm^2 $x10^2$	mm	mm		mm	mm	mm^4 $x10^4$	mm^3 $x10^3$	mm^3 $x10^3$	mm x10	mm^2 $x10^2$	mm^4 $x10^4$	mm^3 $x10^3$	mm^3 $x10^3$	mm x10	mm	mm^4 $x10^4$	mm^6 $x10^9$
HE 100 A	16.7	96	100	5	8	12	21.2	80	56	M 10	54	58	349.2	72.76	83.01	4.06	7.56	133.8	26.76	41.14	2.51	35.06	5.24	2.58
HE 120 A	19.9	114	120	5	8	12	25.3	98	74	M 12	58	68	606.2	106.3	119.5	4.89	8.46	230.9	38.48	58.85	3.02	35.06	5.99	6.47
HE 140 A	24.7	133	140	5.5	8.5	12	31.4	116	92	M 16	64	76	1033	155.4	173.5	5.73	10.12	389.3	55.62	84.85	3.52	36.56	8.13	15.06
HE 160 A	30.4	152	160	6	9	15	38.8	134	104	M 20	78	84	1673	220.1	245.1	6.57	13.21	615.6	76.95	117.6	3.98	41.57	12.19	31.41
HE 180 A	35.5	171	180	6	9.5	15	45.3	152	122	M 24	86	92	2510	293.6	324.9	7.45	14.47	924.6	102.7	156.5	4.52	42.57	14.80	60.21
HE 200 A	42.3	190	200	6.5	10	18	53.8	170	134	M 27	98	100	3692	388.6	429.5	8.28	18.08	1336	133.6	203.8	4.98	47.59	20.98	108.0
HE 220 A	50.5	210	220	7	11	18	64.3	188	152	M 27	98	118	5410	515.2	568.5	9.17	20.67	1955	177.7	270.6	5.51	50.09	28.46	193.3
HE 240 A	60.3	230	240	7.5	12	21	76.8	206	164	M 27	104	138	7763	675.1	744.6	10.05	25.18	2769	230.7	351.7	6.00	56.10	41.55	328.5
HE 260 A	68.2	250	260	7.5	12.5	24	86.8	225	177	M 27	110	158	10450	836.4	919.8	10.97	28.76	3668	282.1	430.2	6.50	60.62	52.37	516.4
HE 280 A	76.4	270	280	8	13	24	97.3	244	196	M 27	112	178	13670	1013	1112	11.86	31.74	4763	340.2	518.1	7.00	62.12	62.10	785.4
HE 300 A	88.3	290	300	8.5	14	27	112.5	262	208	M 27	118	198	18260	1260	1383	12.74	37.28	6310	420.6	641.2	7.49	68.13	85.17	1200
HE 320 A	97.6	310	300	9	15.5	27	124.4	279	225	M 27	118	198	22930	1479	1628	13.58	41.13	6985	465.7	709.7	7.49	71.63	108.0	1512
HE 340 A	105	330	300	9.5	16.5	27	133.5	297	243	M 27	118	198	27690	1678	1850	14.40	44.95	7436	495.7	755.9	7.46	74.13	127.2	1824
HE 360 A	112	350	300	10	17.5	27	142.8	315	261	M 27	120	198	33090	1891	2088	15.22	48.96	7887	525.8	802.3	7.43	76.63	148.8	2177
HE 400 A	125	390	300	11	19	27	159.0	352	298	M 27	120	198	45070	2311	2562	16.84	57.33	8564	570.9	872.9	7.34	80.63	189.0	2942
HE 450 A	140	440	300	11.5	21	27	178.0	398	344	M 27	122	198	63720	2896	3216	18.92	65.78	9465	631.0	965.5	7.29	85.13	243.8	4148
HE 500 A	155	490	300	12	23	27	197.5	444	390	M 27	122	198	86970	3550	3949	20.98	74.72	10370	691.1	1059	7.24	89.63	309.3	5643
HE 550 A	166	540	300	12.5	24	27	211.8	492	438	M 27	122	198	111900	4146	4622	22.99	83.72	10820	721.3	1107	7.15	92.13	351.5	7189
HE 600 A	178	590	300	13	25	27	226.5	540	486	M 27	122	198	141200	4787	5350	24.97	93.21	11270	751.4	1156	7.05	94.63	397.8	8978
HE 650 A	190	640	300	13.5	26	27	241.6	588	534	M 27	124	198	175200	5474	6136	26.93	103.2	11720	781.6	1205	6.97	97.13	448.3	11030
HE 700 A	204	690	300	14.5	27	27	260.5	636	582	M 27	124	198	215300	6241	7032	28.75	117.0	12180	811.9	1257	6.84	100.1	513.9	13350
HE 800 A	224	790	300	15	28	30	285.8	734	674	M 27	130	198	303400	7682	8699	32.58	138.8	12640	842.6	1312	6.65	106.1	596.9	18290
HE 900 A	252	890	300	16	30	30	320.5	830	770	M 27	132	198	422100	9485	10810	36.29	163.3	13550	903.2	1414	6.50	111.1	736.8	24960
HE 1000 A	272	990	300	16.5	31	30	346.8	928	868	M 27	132	198	553800	11190	12820	39.96	184.6	14000	933.6	1470	6.35	113.6	822.4	32070

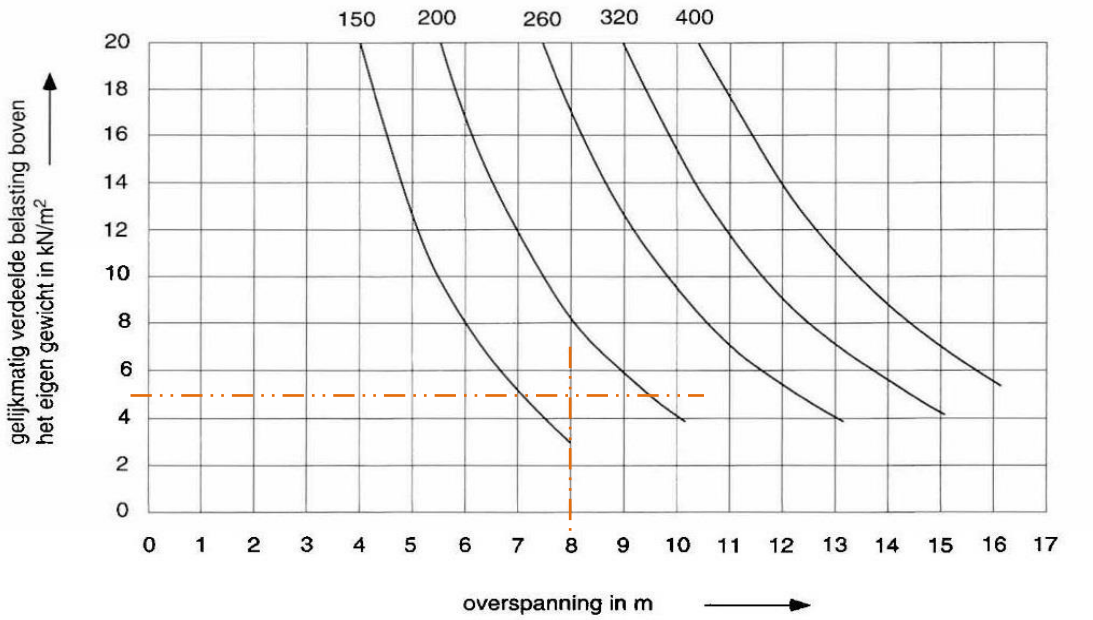


HEA

Bijlage 2: tabel kanaalplaten beton

Bron: Staalprofielen, (Over)spannend staal 5, 1998 p. 91





Kanaalplaten worden door verschillende producenten geleverd, die elk hun eigen bijzondere specificatie aan hun plaat meegeven. Deze samenvatting is gemaakt om een beeld te geven van de mogelijkheden van kanaalplaten. Bij een definitief ontwerp kunt u bij de leverancier nauwkeurige gegevens opvragen.

h (hoogte)	mm	150	200	260	320	400
b (standaard breedte)	mm	1200	1200	1200	1200	1200
aantal kanalen	stuks	8 tot 11	6 tot 11	5 tot 7	4 tot 7	4
gewicht inkl. voeg	kN/m²	2,7	3,1	4	4,7	4,8
voegvulling (kwaliteit B15)	l/m	6	7,3	11	12	15
sterkteklasse[1)]		B50–B65	B55–B65	B55–B65	B55–B65	B65
milieuklasse		1 of 2	1 of 2	1 of 2	1 of 2	1 of 2
brandwerendheid	min.	30 tot 120	60 tot 120	90 tot 120	90 tot 120	90 tot120
A (oppervlak)	$\times 10^3$ mm²	130	150	190	230	230
z_s (zwaartepunt)	mm	73,6	99,1	122	152	204
I (traagheidsmoment)	$\times 10^6$ mm⁴	310	685	1470	2640	4640
m.b.t. utiliteitsbouw						
ℓ_{max} verdieping[2)]	m	7,2	8,9	12,5	14,6	16,5
ℓ_{max} dak[3)]	m	8,0	9,9	12,5	14,6	17,5
max. plaatlengte bij						
breedte 300 mm	m	7,2	8,5	10,4	13,0	
breedte 400-500 mm	m	7,2	7,9	10,4	13,0	
breedte 600-1200 mm	m	8,1	10,0	12,6	14,7	

1) voorspanstaal meestal FeP1860
2) ver.bel. 3,0 kN/m² en afwerking 1,0 kN/m²
3) ver.bel. 1,0 kN/m² en afwerking 1,0 kN/m²

min. opleglengte bij metselwerk=100 mm; bij beton=80 mm; bij staal=70 mm

Bijlage 3: Compendium Eurocodes

In dit compendium zijn de tabellen gegeven voor de opgelegde belastingen, de gevolgklassen, de partiele factoren en de materiaalsterktes.

Compendium

van relevante artikelen uit de

Eurocodes

t.b.v. de controleberekeningen voor het onderdeel Draagconstructies

Alleen bestemd voor onderwijsdoeleinden

Bron:

- NEN-EN 1990+A1+A1/C2 + NB: Eurocode: Grondslagen van het constructief ontwerp + Nationale bijlage
- NEN-EN 1991-1-1+C1/ + NB: Eurocode 1: Belastingen op constructies – Deel 1-1 eigen gewicht en opgelegde belastingen voor gebouwen + Nationale bijlage
- NEN-EN 1991-1-4+A1+C2+ NB: Eurocode 1: Belastingen op constructies -Deel 1-4: Windbelasting + Nationale bijlage

Tabel NB.1+2 – 6.2+6.4 — Opgelegde belastingen op vloeren, balkons en trappen in gebouwen

Klasse van belaste oppervlakte	q_k [kN/m2]	Q_k [kN] [a]
Klasse A (wonen en huishoudelijk gebruik)		
A-vloeren	1,75	3
A-trappen	2,0	3
A-balkons	2,5	3
Klasse B (kantoorruimten)		
B-kantoorruimten	2,5	3
Klasse C (bijeenkomstruimten)		
C1-tafels: ruimten in scholen, cafés, restaurants, eetzalen, leeszalen, ontvangstruimten	4,0 [b]	7
C2-vaste zitplaatsen: ruimten in kerken, theaters of bioscopen, conferentiezalen, collegezalen, vergaderzalen, wachtkamers, wachtkamers/ -lokalen in stations	4,0 [b]	7
C3-zonder obstakels voor rondlopende mensen: ruimten in musea, tentoonstellingsruimten enz. en toegangsruimten in openbare gebouwen en kantoren, hotels, ziekenhuizen, stationshallen.	5,0	7
C4-fysieke activiteiten: danszalen, gymnastiekzalen, toneel-/balletpodia enz.	5,0	7
C5-grote mensenmassa's: gebouwen voor openbare evenementen, zoals concertzalen, sporthallen met inbegrip van tribunes, bordessen en toegangsruimten, stationsperrons	5,0	7
Klasse D (winkelruimten)		
D1-kleinhandel	4,0 b	7
D2-warenhuizen / supermarkten	4,0 b	7
Klasse D (opslag en industrieel gebruik)		
E1-winkels	≥ 5	≥ 7
E1-bibliotheken	≥ 2,5 [c]	≥ 3
E1-overige	≥ 5	≥ 10
E2-industrieel gebruik	≥ 3 [d]	≥ 7 [d]
Klasse F (garages en voertuigverkeersruimten)		
F- lichte voertuigen lichter dan 25 kN	2	10
Klasse G (garages en voertuigverkeersruimten)		
G1-middelzware voertuigen 25 kN tot 120 kN	5	40
G2-voertuigen zwaarder dan 120 kN	G_v/A_v [e]	2 × max. krikbel.
Klasse H (daken niet toegankelijk)		
H1-dakhelling α : $0 \geq \alpha < 15°$	1,0 [f]	1,5
H2-dakhelling α : $15 \geq \alpha < 20°$	$4 - 0{,}2 \times \{\alpha\}$ [f]	
H3-dakhelling α : $\alpha \geq 20°$	0	
Daken van onder het maaiveld gelegen ruimten		
geen verkeersbelasting	4 [f]	7

[a] De puntlasten moeten zijn aangebracht op een oppervlakte van 100 mm × 100 mm; de gegeven waarden moeten ook zijn gebruikt voor constructies van ondergeschikte betekenis.

[b] Voor *schoolgebouwen* volstaat een vloerbelasting van 2,5 kN/m².

[c] Waarde toe te passen voor de ruimten tussen de stellingen; voor het oppervlak met de stellingen geldt het totaal gewicht van de stelling met boeken (6 kN/m³): $A_{st} \times h_{st} \times 6$ kN.

[d] Afhankelijk van het bedoelde gebruik.

[e] G_v is het gewicht per voertuig in kN en Av is de door het voertuig ingenomen oppervlak in m².

[f] De belasting q_k werkt op een oppervlakte A van 10 m², binnen de grenzen van nul tot het hele dakoppervlak.

Tabel NB.20 – B1 — Definitie van gevolgklassen

Gevolgklasse	Omschrijving
CC3	**Grote** gevolgen ten aanzien van het verlies van mensenlevens, en/of **zeer grote** economische of sociale gevolgen of gevolgen voor de omgeving.
CC2	**Middelmatige** gevolgen ten aanzien van het verlies van mensenlevens, en/of **aanzienlijke** economische of sociale gevolgen of gevolgen voor de omgeving.
CC1	**Geringe** gevolgen ten aanzien van het verlies van mensenlevens, en/of **kleine** of **verwaarloosbare** economische of sociale gevolgen of gevolgen voor de omgeving.

Tabel NB.21 – B1 — Voorbeelden van toepassingen gevolgklassen

Gevolgklasse	Omschrijving
CC3	Hoge gebouwen, die reiken tot meer dan 70 meter boven het aangrenzende maaiveld. Bouwwerken, waarvan de overspanning van de constructie in een draagrichting groter is dan 50 meter en waarbij in geval van bezwijken van die overspanning meer dan 500 personen gelijktijdig gevaar lopen (zoals bij grote tentoonstellings- en stationshallen). Bouwwerken met de bestemming publieksfunctie (bijv. onderwijsgebouwen, stadions, concerthallen, tribunes) waarbij in geval van bezwijken meer dan 500 personen gelijktijdig gevaar lopen. Gebouwen met verminderd zelfredzame personen zoals ziekenhuizen, celgebouwen, verpleegtehuizen met 4 of meer bouwlagen.[1] Gebouwen waar zeer vitale processen worden bestuurd, bijv. verkeerstoren Schiphol, verkeersleidingsgebouw. Industriegebouwen voor gevaarlijke stoffen en/of processen waarvoor een omgevingsvergunning voor het milieu noodzakelijk is.
CC2	Voor zover niet opgenomen in CC1 of CC3: Eengezinswoningen[2] met 4 of meer bouwlagen Woongebouwen, hotels en kantoorgebouwen Onderwijsgebouwen Winkels Ziekenhuizen Openbare gebouwen Industriegebouwen waarvoor noot a niet geldt of met 3 of meer bouwlagen Parkeergarages
CC1	Eengezinswoningen[2] met 1, 2 of 3 bouwlagen Landbouwbedrijfsgebouwen [3] Tuinbouwkassen [3] Industriegebouwen met 1 of 2 bouwlagen [3]
	1) Afhankelijk van de uitkomst van een risicoanalyse. 2) Grondgebonden woning niet gelegen in een woongebouw. 3) Uitsluitend voor productiedoeleinden, waarbij het aantal personen binnen beperkt is.

Partiele factoren t.b.v. de rekenwaarden van belastingen (vrij naar Tabel NB.4 en NB.5)

CC	Blijvende belastingen		Veranderlijke belastingen (ongunstig)		Veranderlijke bel.
	Ongunstig[a)]	Gunstig	Overheersende	Andere	Gunstig
CC3	1,3 $G_{k,j,sup}$	0,9 $G_{k,j,inf}$	1,65 $Q_{k,1}$	1,65 $\psi_{0,i}\, Q_{k,i}$ (i >1)	0 $Q_{k,1}$
CC2	1,2 $G_{k,j,sup}$	0,9 $G_{k,j,inf}$	1,5 $Q_{k,1}$	1,5 $\psi_{0,i}\, Q_{k,i}$ (i >1)	0 $Q_{k,1}$
CC1	1,1 $G_{k,j,sup}$	0,9 $G_{k,j,inf}$	1,35 $Q_{k,1}$	1,35 $\psi_{0,i}\, Q_{k,i}$ (i >1)	0 $Q_{k,1}$
	Bedoeld voor blijvende en tijdelijke ontwerpsituaties volgens vgl. 6. 10b a) Berekend met ξ = 0,89				

Tabel NB.2 – A1.1 — ψ-factoren voor gebouwen

Belasting	Ψ_0	Ψ_2
Voorgeschreven belastingen in gebouwen, categorie		
Categorie A: woon- en verblijfsruimtes	0,4	0,3
Categorie B: kantoorruimtes	0,5	0,3
Categorie C: bijeenkomstruimtes	0,4 (0,6)[a]	0,6
Categorie D: winkelruimtes	0,4	0,6
Categorie E: opslagruimtes	1,0	0,8
Categorie F: verkeersruimtes, voertuiggewicht ≤ 30 kN	0,7	0,6
Categorie G: verkeersruimtes [b], 30 kN < voertuiggewicht ≤ 160 kN	0,7	0,3
Categorie H: daken	0	0

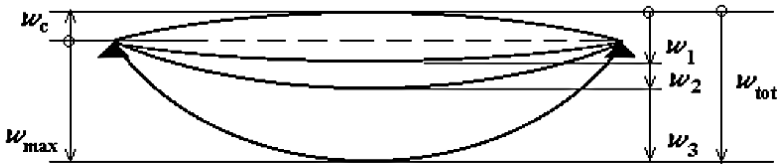
[a] 0,6 geldt voor delen die bij een calamiteit zwaar kunnen worden belast (vluchtroutes, trappen enz.).

[b] bijvoorbeeld parkeergarages.

Ψ_0 : Deze (momentaan)factor of combinatiewaarde geldt bijv. voor kolommen en wanden die door meerdere bouwlagen worden belast; de reductie **mag pas worden toegepast bij meer dan twee bouwlagen** (inclusief het dak) → **altijd de twee zwaarst belaste verdiepingen extreem nemen** (dus die niet reduceren).

Ψ_2 : Deze factor geldt voor kruip; het geeft aan het quasi-blijvende deel van de veranderlijke belasting.

Vervormingen (A1.4.3)



Verklaring

w_c zeeg van het onbelaste constructief element;
w_1 aanvangsdeel van de doorbuiging onder de blijvende belastingen uit de van toepassing zijnde belastingscombinatie overeenkomstig de formules (6.14a) tot en met (6.16b) bepaald met de korte-duur eigenschappen;
w_2 lange-termijn deel van de doorbuiging onder de blijvende belastingen volgens de quasi-blijvende belastingscombinatie (formule 6.16a en 6.16b), gelijk aan de doorbuiging bij de quasi-blijvende belastingscombinatie bepaald met lange-duur eigenschappen verminderd met de doorbuiging bij de quasi-blijvende belastingscombinatie bepaald met korte-duur eigenschappen;
w_3 bijkomend deel van de doorbuiging ten gevolge van de veranderlijke belastingen uit de van toepassing zijnde belastingscombinatie overeenkomstig de formules (6.14a) tot en met (6.16b) bepaald met de korte-duur eigenschappen;
w_{tot} totale doorbuiging als de som van w1, w2 en w3
w_{max} blijvende totale doorbuiging rekening houdend met de zeeg.

Figuur A1.1 — Definities van verticale doorbuigingen

$w_1 = w_{bb}$ $w_2 = w_{kruip}$ $w_3 = w_{vb}$ $w_{bij} = w_2 + w_3$

Vloeren die scheurgevoelige scheidingswanden dragen $w_{bij} < 0{,}002 \times \ell_{rep}$

Overige vloeren en terrasdaken $w_{bij} < 0{,}003 \times \ell_{rep}$

Overige daken $w_{bij} < 0{,}004 \times \ell_{rep}$

Alleen als uiterlijk van belang is, geldt voor vloeren en daken $w_{max} < 0{,}004 \times \ell_{rep}$

Bijlage 4: Sterktes materialen voor draagconstructies

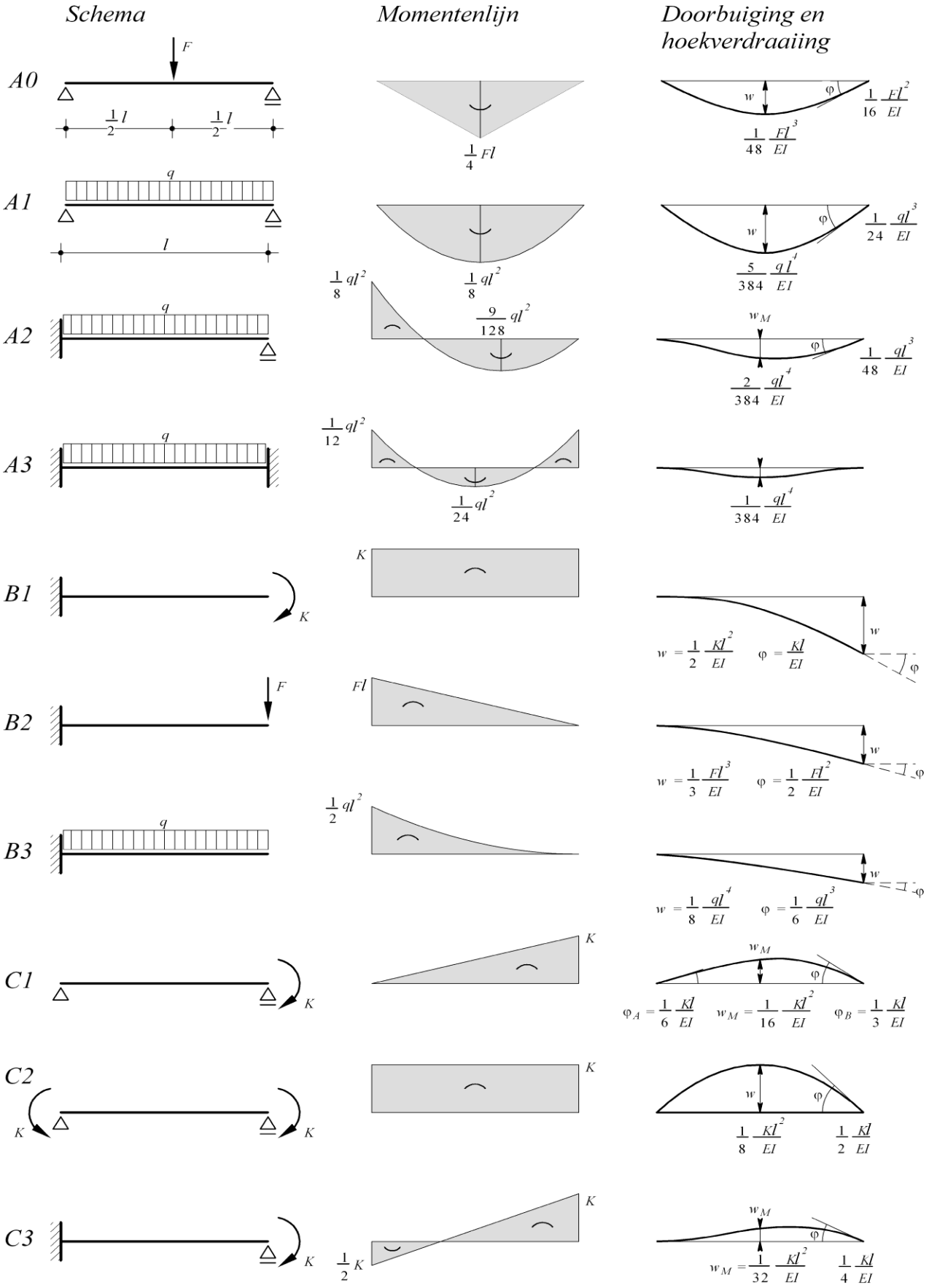
Hout

	Gezaagd hout populierenhout en naaldhout			**Gelamineerd hout** met homogene opbouw		
Rekenwaarden in N/mm²	**symbool**	**C18**	**C24**	**symbool**	**GL24h**	**GL28h**
Buigsterkte vezelrichting	$f_{m;0;d}$	10	14	$f_{gl;m;0;d}$	14	16
Treksterkte // vezelrichting	$f_{t;0;d}$	6	8	$f_{gl;t;0;d}$	10	11
Treksterkte ⊥ vezelrichting	$f_{t;90;d}$	0.3	0.3	$f_{gl;t;90;d}$	0.2	0.3
Druksterkte // vezelrichting	$f_{c;0;d}$	10	12	$f_{gl;c;0;d}$	14	15
Druksterkte ⊥ vezelrichting	$f_{c;90;d}$	1.3	1.5	$f_{gl;c;90;d}$	1.6	1.7
Schuifsterkte	$f_{v;0;d}$	1.2	1.5	$f_{gl;v;0;d}$	1.6	1.9
Elasticiteitsmodus in de bruikbaarheidsgrenstoestand	$E_{0;ser;rep}$	9000	11000	$E_{gl;0;ser;rep}$	11600	12600
Elasticiteitsmodus in de uiterste grenstoestand	$E_{0;u;rep}$	6000	7400	$E_{gl;0;u;rep}$	9400	10200
Elasticiteitsmodus ⊥ vezelrichting	$E_{90;ser;rep}$	300	370	$E_{gl;90;ser;rep}$	390	420
Afschuivingsmodulus	$G_{ser;rep}$	560	690	$G_{gl;ser;rep}$	720	780
Volumieke massa [kg/m³]	ρ_{rep}	320	350	ρ_{rep}	380	410

Staal

Constructiestaal - rekenwaarden in N/mm²				Volumieke massa = 7800 kg/m³
Kwaliteit	E_{rep}	$f_{m;d} = f_{t;d} = f_{c;d}$	t_d	
S235	210 × 10³	235	134	Let er op dat voor constructiestaal de elasticiteitsmodules E onafhankelijk is van de sterkteklasse!
S275		275	157	
S355		355	202	

Beton

Sterkte- en vervormingseigenschappen voor beton (naar Tabel 3.1 in NEN-EN 1992-1-1+C2:2011)														
Sterkteklasse	C12/15	C16/20	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50	C45/55	C50/60	C55/67	C60/75	C70/85	C80/95	C90/105
f_{cd} [N/mm²]	8,0	10,7	13,3	16,7	20,0	23,3	26,7	30,0	33,3	36,7	40,0	46,7	53,3	60,0
$f_{ctd;0,95}$ [N/mm²]	1,3	1,7	1,9	2,2	2,5	2,8	3,1	3,3	3,5	3,7	3,8	4,0	4,2	4,4
$E_{cm} \times 10^3$ [N/mm²]	27	29	30	31	33	34	35	36	37	38	39	41	42	44
$E_{cd} \times 10^3$ [N/mm²]	22,5	24,2	25,0	25,8	27,5	28,3	29,2	30,0	30,8	31,7	32,5	34,2	35,0	36,7
Volumieke massa:	ongewapend beton: 2400 kg/m³							gewapend beton: 2500 kg/m³						

Bijlage 5: Formuleblad krachtswerking