13

P-DICTAAT TOEGEPASTE MECHANICA / DRAAGCONSTRUCTIES

STANGENVEELHOEK EN POOLFIGUUR

TECHNISCHE HOGESCHOOL DELFT
AFDELING BOUWKUNDE

VAKGROEP TOEGEPASTE MECHANICA /
/ DRAAGCONSTRUCTIES

PROF.IR. D. DICKE / IR. W.A. EISMA

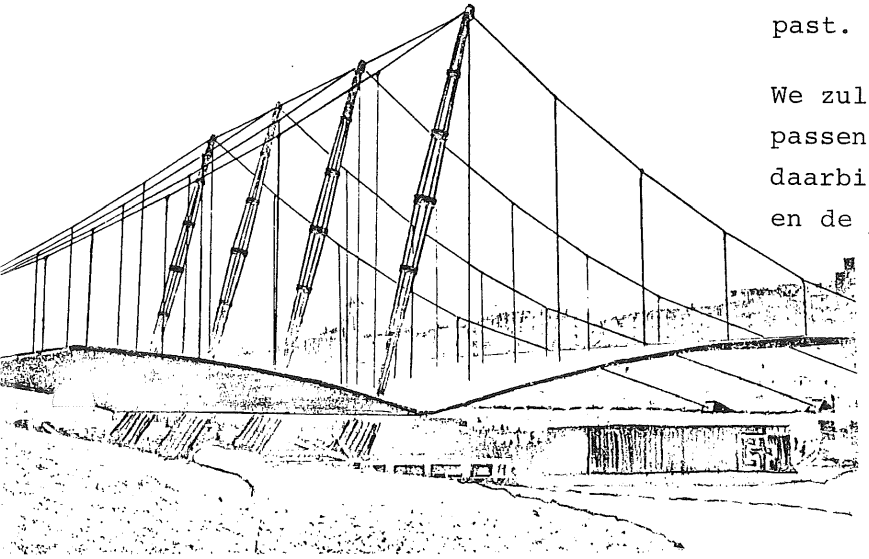
OKTOBER 1977

13 STANGENVEELHOEK EN POOLFIGUUR

Voor het bepalen van de grootte van onbekende uitwendige of inwendige krachten hebben we tot nog toe meestal vergelijkingen opgesteld die algebraïsch worden opgelost.
We hebben dan de analytische methode toegepast.

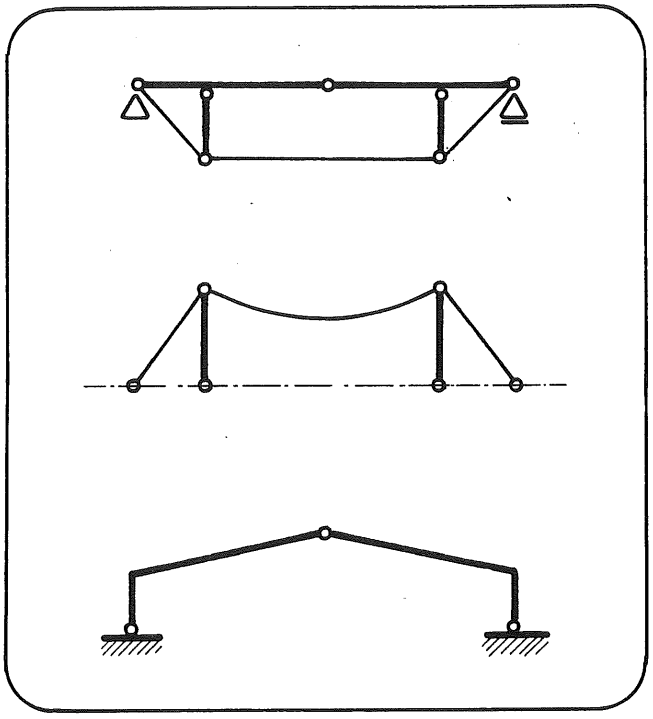
Soms hebben we ook een krachtenveelhoek getekend.
Door deze getekende krachtenveelhoeken te combineren ontstaat een Cremona-diagram.
Als we de krachten uit zo'n diagram opmeten kunnen we hun grootte vaststellen.
We hebben dan de grafische methode toegepast.

We zullen andere mogelijkheden voor het toepassen van de grafische methode nagaan en daarbij kennismaken met de stangenveelhoek en de poolfiguur.



Vele berekeningen in de Toegepaste Mechanica kunnen grafisch worden uitgevoerd.
Daarbij gaat het om:
- het door tekenen bepalen van de grootte van onbekende uit- en inwendige krachtten
- het snel verkrijgen van een inzicht in de totale krachtsverdeling in een constructie, waardoor vorm en dimensionering daarvan kunnen worden aangepast aan deze krachtsverdeling

In beide gevallen maken we gebruik van een stangenveelhoek en een poolfiguur.



Deze stangenveelhoek en poolfiguur kunnen we o.a. gebruiken voor:

- het bepalen van de oplegreacties en de momentenlijn van door verticale krachten belaste statisch bepaalde constructies

- het verkrijgen van inzicht in en het bepalen van de krachtsverdeling in versterkte balken (zie hoofdstuk 14)

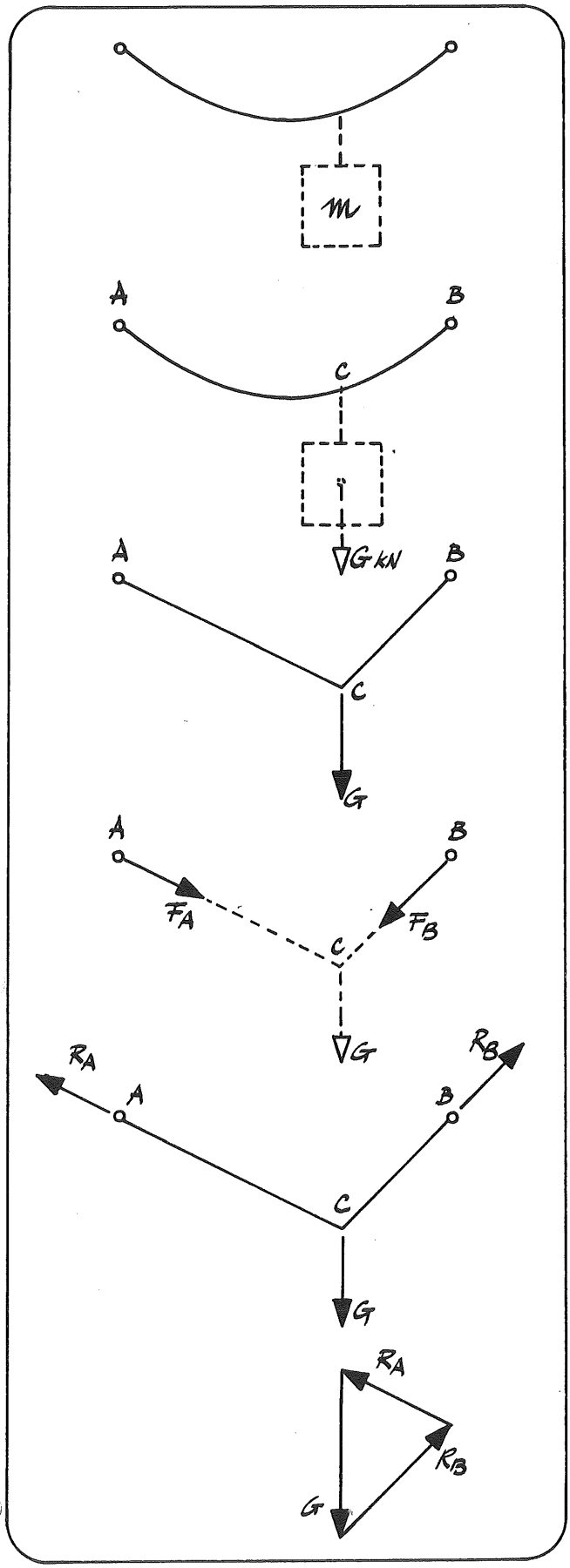
- het verkrijgen van inzicht in en het bepalen van de krachtsverdeling in bijzondere constructies zoals kabelconstructie (zie hoofdstuk 15)

- het bepalen van de druklijn o.a. in driescharnierspanten (zie hoofdstuk 16 en 17)

Uit het voorgaande blijkt wel dat kennis van de grafische methode onontbeerlijk is. We zullen daarom in dit hoofdstuk nagaan waarop deze methode is gebaseerd.

Dit hoofdstuk is opgebouwd uit de volgende onderdelen:

1. koord belast door één puntlast
2. koord belast door twee puntlasten
3. koord met q-belasting
4. omgekeerde stangenveelhoek
5. zelftoets
6. voorbeelden
7. vraagstukken



1. KOORD BELAST DOOR EEN PUNTLAST

Om te kunnen begrijpen wat we doen als we voor het oplossen van een mechanicaprobleem gebruik maken van een stangenveelhoek en een poolfiguur gaan we eens na wat er gebeurt als we één massa m ophangen aan een slap koord dat is bevestigd aan twee spijkers.

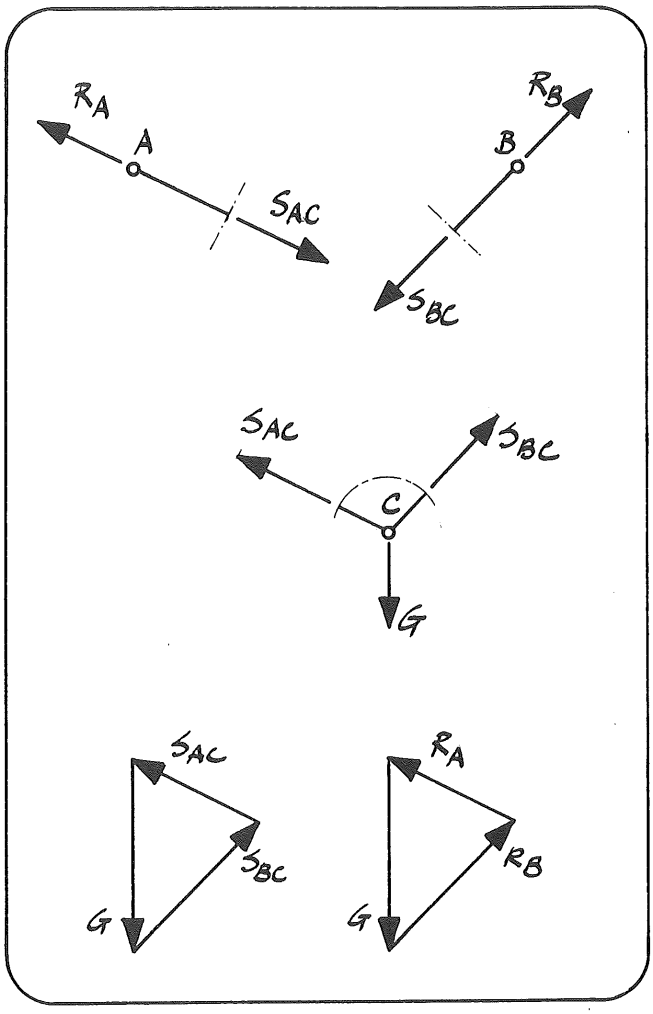
We slaan twee spijkers A en B in een muur en verbinden deze door een slap hangend koord. In punt C van dit koord bevestigen we een koord met daaraan een massa m. Het gewicht van deze massa is G kN. Verder verwaarlozen we het gewicht van het koord.

Door het gewicht G wordt het koord strak getrokken. De koorddelen AC en BC hebben nu een bepaalde helling, zoals blijkt uit de figuur.

Door dit strak getrokken koord worden op de spijkers A en B de actiekrachten F_A en F_B uitgeoefend.
Omdat in het slappe koord alleen normaalkrachten kunnen werken zullen de werklijnen van deze actiekrachten samenvallen met de delen AC en BC van het koord.

Omgekeerd zullen de spijkers op het koord de reactiekrachten R_A en R_B uitoefenen.
Omdat actie = reactie is:
$F_A = R_A$ en $F_B = R_B$

Het koord moet in evenwicht zijn. Dit betekent dat de krachten G, R_A EN R_B die op dit koord werken een gesloten krachtendriehoek moeten vormen.
Uit deze driehoek, waarin G op een bepaalde schaal is uitgezet, kunnen we dus door opmeten de grootte van de reactiekrachten R_A en R_B bepalen.



De grootte van de kracht S_{AC} in het koorddeel AC kunnen we bepalen door in dit koorddeel een snede aan te brengen.
Uit het evenwicht van het afgesneden deel volgt dan direct:

$$S_{AC} = R_A$$

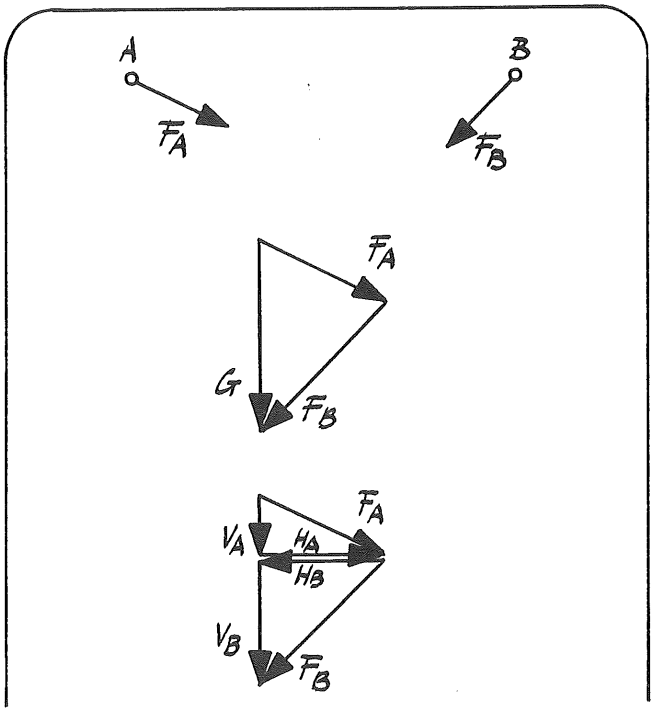
Door een snede aan te brengen in koorddeel BC vinden we:

$$S_{BC} = R_B$$

We brengen nog een snede aan rondom het punt C van het koord. Op het afgesneden koorddeel werken de krachten G, S_{AC} en S_{BC}. Deze krachten moeten met elkaar in evenwicht zijn.

De krachten G, S_{AC} en S_{BC} vormen dus een gesloten krachtendriehoek. Omdat deze driehoek congruent is met de driehoek gevormd door de krachten G, R_A en R_B blijkt ook nu dat:

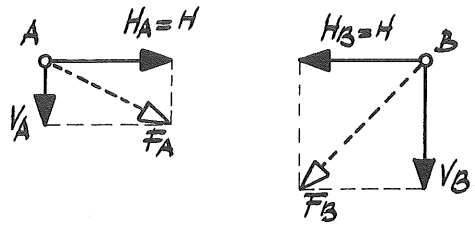
$$S_{AC} = R_A \quad \text{en} \quad S_{BC} = R_B$$



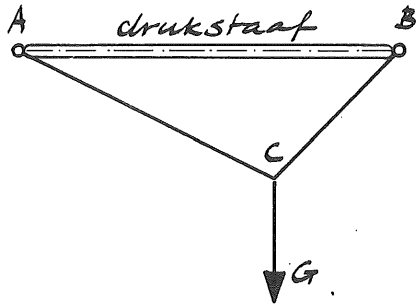
We beschouwen nog eens de actiekrachten F_A en F_B die het koord op de spijkers A en B uitoefent.

De <u>resultante</u> van F_A en F_B moet gelijk zijn aan kracht G en bovendien dezelfde werklijn hebben als kracht G.
Dit betekent dat we de krachten G, F_A en F_B kunnen uitzetten in een driehoek.

Uit deze driehoek volgt dat de horizontale component H_A van kracht F_A gelijk moet zijn aan de horizontale component H_B van kracht F_B.

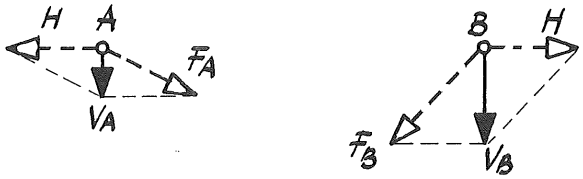


De beide spijkers worden dus met een zelfde kracht H ($H = H_A = H_B$) naar elkaar toegetrokken.

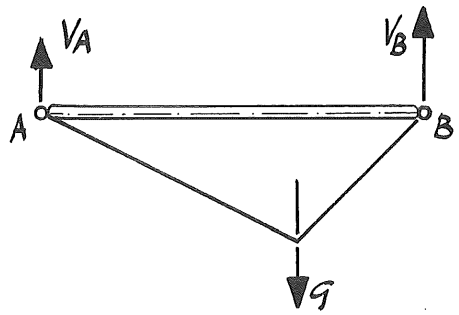


Brengen we tussen de spijkers A en B een drukstaaf aan, dan verhindert deze staaf dat de spijkers naar elkaar toe worden getrokken.

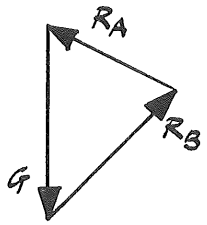
Daardoor ontstaat in deze staaf een drukkracht H.



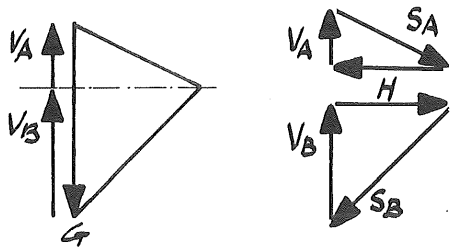
De krachten die op de spijkers A en B worden uitgeoefend zijn nu nog alleen de verticale componenten V_A en V_B van de krachten F_A en F_B.



Omgekeerd oefenen de spijkers A en B op de "constructie", gevormd door koord en drukstaaf, de reactiekrachten V_A en V_B uit.



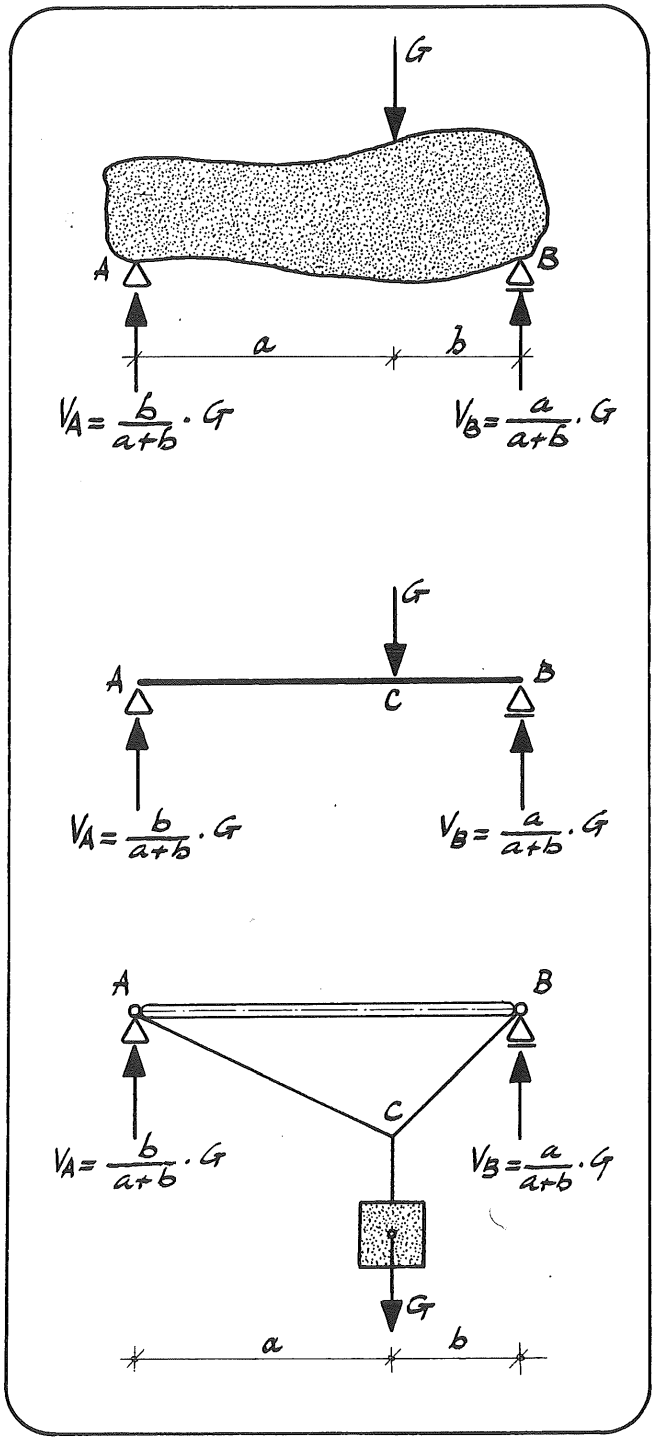
De grootte van deze reactiekrachten kan grafisch worden bepaald.
We kennen al de krachtendriehoek, gevormd door de krachten R_A, R_B en G, voor het geval dat er geen drukstaaf is aangebracht.



Brengen we daarna in de krachtendriehoek een lijn aan evenwijdig met de drukstaaf, dan verdeelt deze lijn kracht G in twee delen die de grootte van de krachten V_A en V_B voorstellen.
In de laatste figuur controleren we het evenwicht van knooppunten A en B.

We zullen in het volgende nagaan op welke wijze voor een ligger op twee steunpunten, belast door één puntlast, volgens de grafische methode kunnen worden bepaald:

- de grootte van de oplegreacties
- de vorm van het momentenvlak
- de schaal van dit momentenvlak



De <u>grootte</u> van de <u>reactiekrachten</u> in de ondersteuningen van een belaste constructie is <u>onafhankelijk</u> van de <u>vorm</u> van deze constructie als we het eigen gewicht daarvan verwaarlozen.
Uit de evenwichtsvoorwaarden $\Sigma M_A = 0$ en $\Sigma M_B = 0$ volgt:

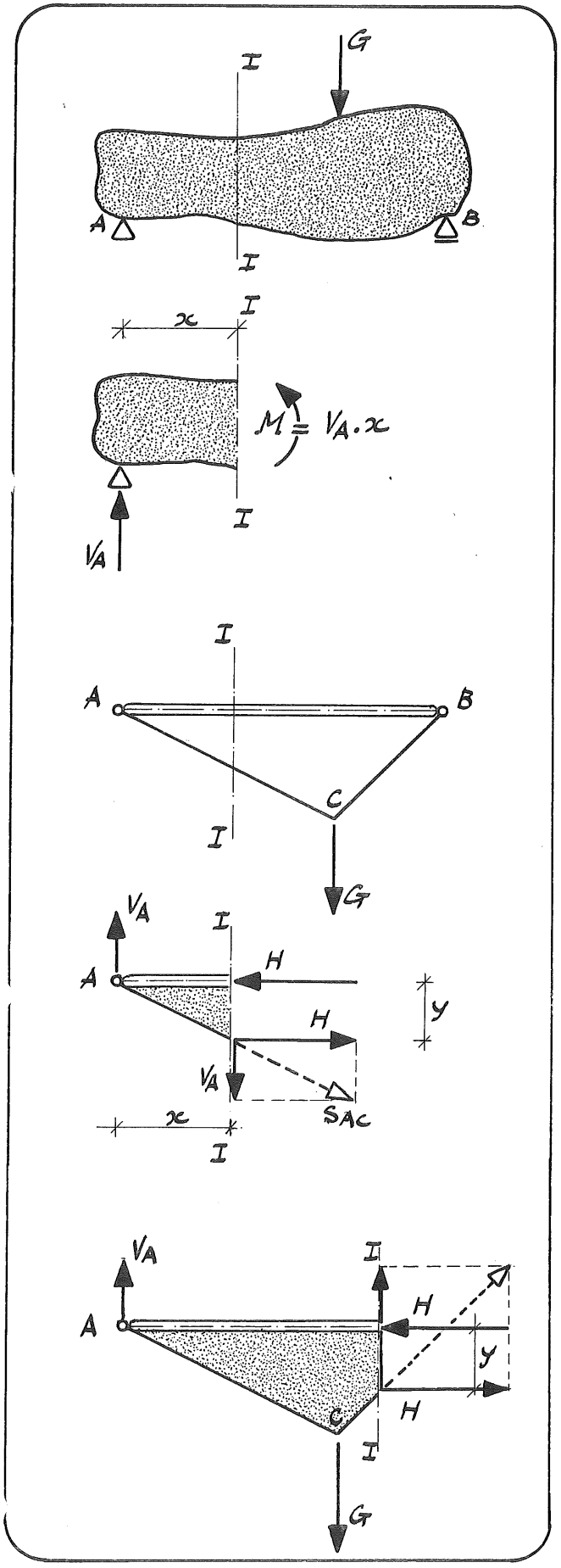
$$- V_B \ (a + b) + G \ . \ a = 0 \ \rightarrow \ V_B = \frac{a}{a+b} \ . \ G$$

$$V_A \ (a + b) - G \ . \ b = 0 \ \rightarrow \ V_A = \frac{b}{a+b} \ . \ G$$

Een mogelijke en veel toegepaste vorm van de constructie is de ligger.

Als we koord met drukstaaf als één constructie beschouwen dan is ook deze constructie een mogelijke vorm.

We zien dat in beide constructies, met verschillende vorm, de oplegreacties even groot zijn.



We zullen aantonen dat ook het <u>moment</u> $M = V_A \cdot x$, van de <u>uitwendige krachten</u> ten opzichte van een willekeurige doorsnede I-I <u>onafhankelijk</u> is van de <u>vorm</u> van de constructie.

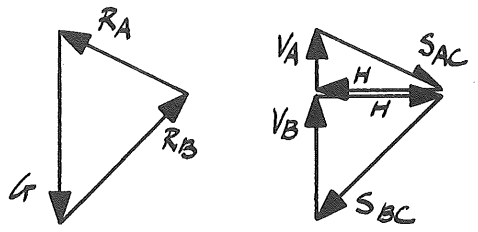
We beschouwen eerst een koord met drukstaaf en brengen op een willekeurige afstand x van A een doorsnede I-I aan.

In het voorgaande hebben we reeds gezien dat in de drukstaaf een kracht H werkt. In het koord werkt in deel AC de kracht S_{AC}. Uit het evenwicht van het "constructiedeel" links van snede I-I volgt dat de horizontale component van kracht S_{AC} gelijk moet zijn aan H en de verticale component gelijk aan V_A. Verder volgt uit de evenwichtsvoorwaarde $\Sigma M = 0$ de vergelijking:

$$V_A \cdot x = H \cdot y$$

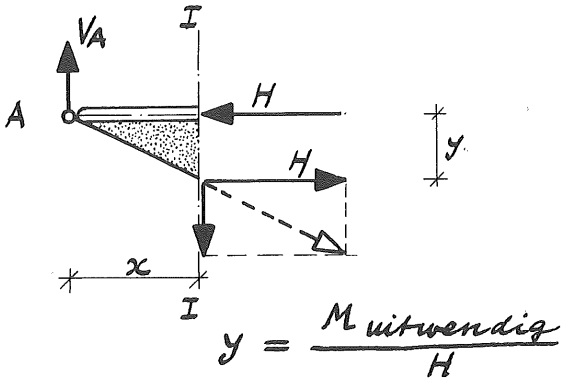
In deze vergelijking is $V_A \cdot x$ niets anders dan het uitwendige moment ten opzichte van doorsnede I-I en is $H \cdot y$ het inwendige moment in doorsnede I-I.

Welke snede we ook aanbrengen steeds vinden we voor de krachten die het koppel van het inwendige moment vormen de grootte H.



Tekenen we de krachtendriehoek gevormd door de krachten G, R_A en R_B dan wordt dit duidelijk als we bedenken dat:

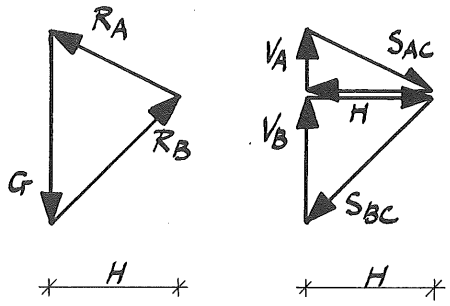
$S_{AC} = R_A$ en $S_{BC} = R_B$



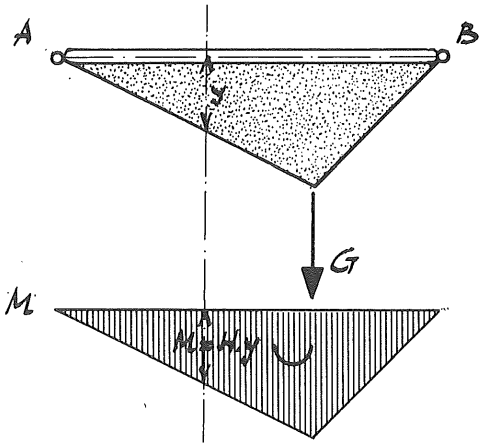
We kunnen daarom stellen dat de ordinaat

$$y = \frac{M_{inwendig}}{H} = \frac{M_{uitwendig}}{H}$$

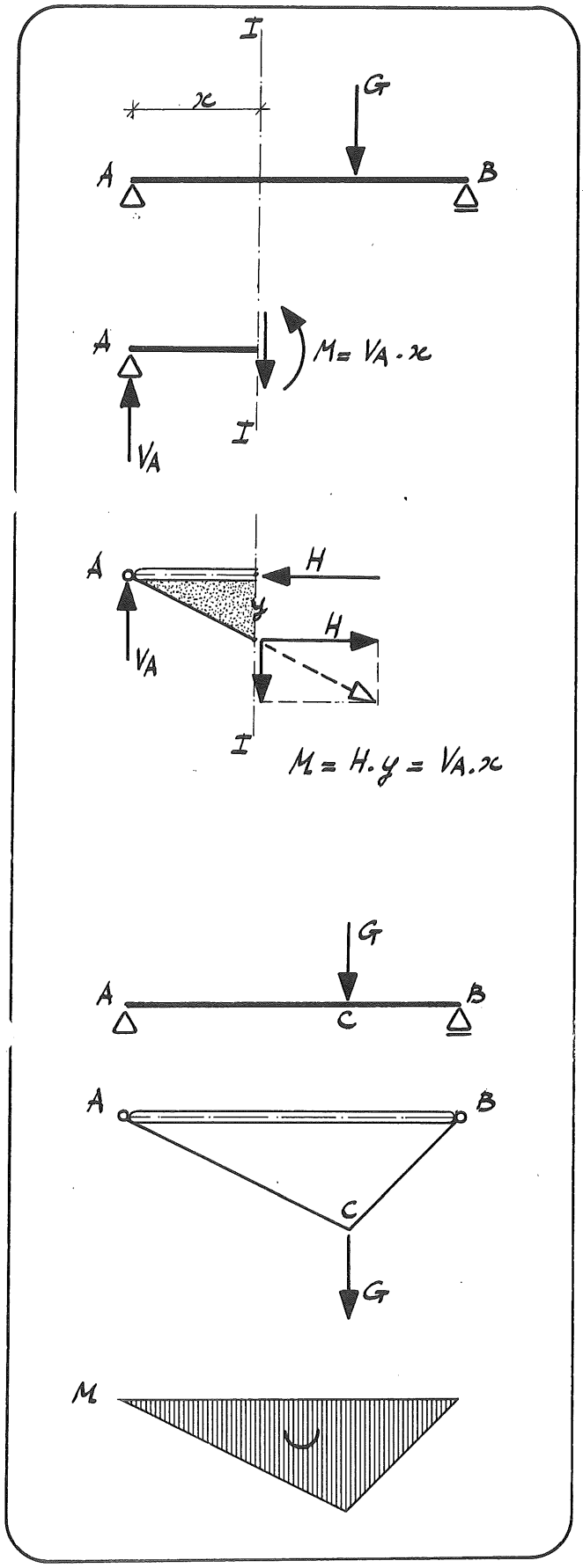
tussen koord en drukstaaf op een bepaalde schaal de grootte weergeeft van het inwendige moment in een willekeurige doorsnede op een afstand x van A.



Voor deze schaal is o.a. maatgevend de grootte van kracht H. Deze grootte is grafisch te bepalen met behulp van de krachtendriehoek gevormd door de krachten G, R_A en R_B. In deze driehoek is de richting van de krachten R_A en R_B gelijk aan die van de koorddelen AC en BC.



We zien dus dat het vlak gevormd door het koord en de drukstaaf overeenkomt met het momentenvlak van de "constructie", uitgezet op een bepaalde schaal.



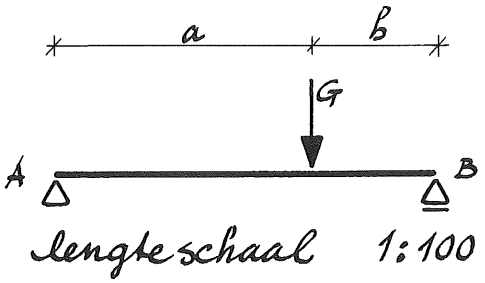
We beschouwen vervolgens een ligger AB en brengen weer een doorsnede I-I aan op een willekeurige afstand x van A.

De oplegreacties zijn V_A en V_B. We hebben al laten zien dat deze reactiekrachten even groot zijn als de reactiekrachten in de ophangpunten van het koord, mits een drukstaaf tussen deze punten is aangebracht.

Ook voor de ligger geldt dat het uitwendige moment ten opzichte van doorsnede I-I gelijk is aan V_A . x. Dit moment moet gelijk zijn aan het moment M van het inwendige koppel in doorsnede I-I. Omdat V_A even groot is, is ook dit inwendige moment even groot als het moment in de overeenkomstige doorsnede van de "constructie" met koord en drukstaaf.

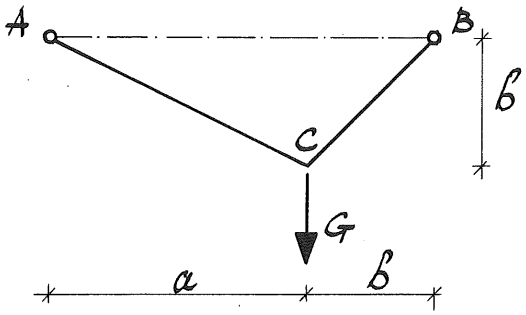
Dit betekent dat we het inwendige moment in elke willekeurige doorsnede van een ligger eenvoudig kunnen bepalen door deze ligger te vervangen door een koord met drukstaaf.

Op deze manier kunnen we snel de vorm van het M-vlak bepalen. Deze vorm komt immers overeen met de vorm ACB die het koord krijgt door de belasting van kracht G.

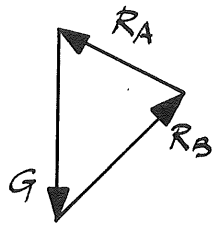


We moeten echter nog wel de schaal van dit M-vlak bepalen. We gaan daartoe als volgt te werk. We stellen eerst de lengteschaal vast waarop de ligger wordt getekend, b.v. 1:100. Dat wil zeggen 1 mm op de tekening is in werkelijkheid 0,1 m.

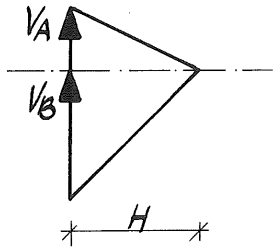
Daarna zetten we kracht G uit op een bepaalde schaal b.v. 1 mm = 2 kN.



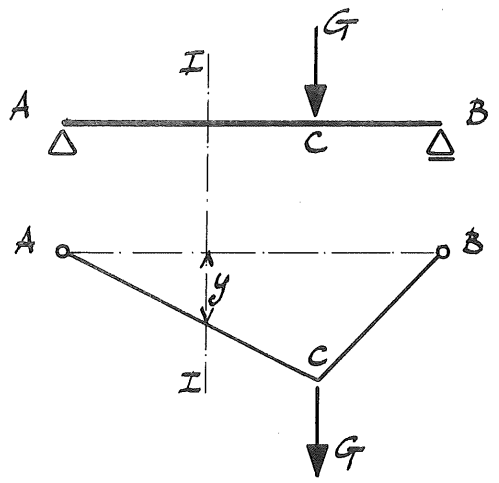
Vervolgens nemen we voor het koord ACB een vorm aan. We kiezen voor de afstand van C tot de drukstaaf b.v. de lengte b.



Door het tekenen van een krachtendriehoek kunnen we de oplegreacties R_A en R_B en daarmede ook de krachten S_{AC} en S_{BC} in de koorddelen AC en BC grafisch bepalen.



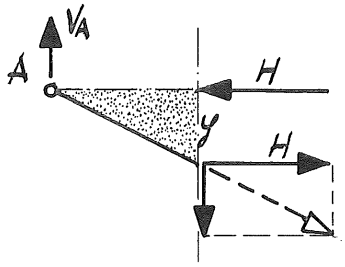
Tekenen we in deze driehoek een lijn evenwijdig aan de drukstaaf dan vinden we de grootte van de krachten V_A, V_B en H.
We meten de lengte van deze krachten op in mm, vermenigvuldigen de gevonden waarden met de factor 2 (krachtenschaal 1 mm = = 2 kN) en vinden dan de grootte van deze krachten in kN.

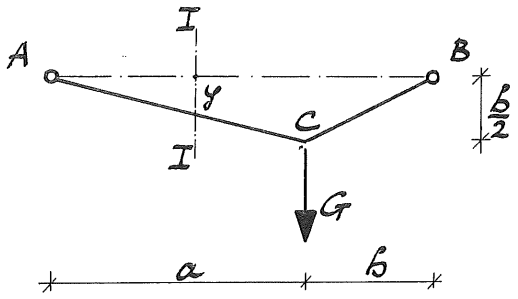


Het moment in doorsnede I-I van de ligger wordt bepaald door het produkt H . y.
We meten daarom de lengte van de ordinaat y op in mm, vermenigvuldigen de gevonden waarde met de factor 100 (lengteschaal 1:100) en vermenigvuldigen deze waarden weer met de reeds gevonden grootte van kracht H. We hebben dan de grootte van het inwendig moment in doorsnede I-I gevonden in kNm.
vonden in kNm.

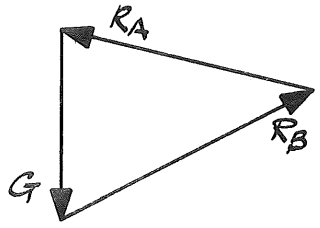
De schaal voor het M-vlak is dus:

lengteschaal x krachtenschaal x H (H in mm)

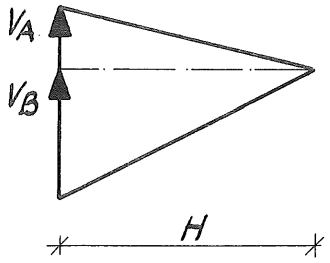




We hebben in het voorgaande de vorm van het koord ACB maar aangenomen door de plaats van C te kiezen.
We kiezen nu voor de afstand van C tot de drukstaaf eens de lengte $\frac{1}{2}$ b. De lengte van de ordinaat in doorsnede I-I wordt dan tweemaal zo klein.

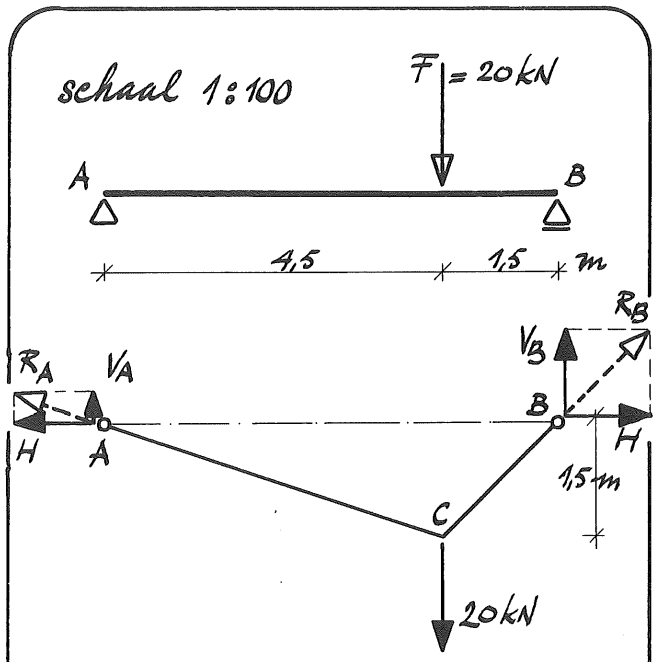


We tekenen, weer de driehoek gevormd door de krachten G, R_A en R_B, en daarin de lijn evenwijdig aan de drukstaaf.



We zien dat de krachten V_A en V_B dezelfde grootte hebben maar dat kracht H tweemaal zo groot is geworden. Omdat y tweemaal zo klein geworden is, levert het produkt H . y dus dezelfde waarde van het moment op voor doorsnede I-I.

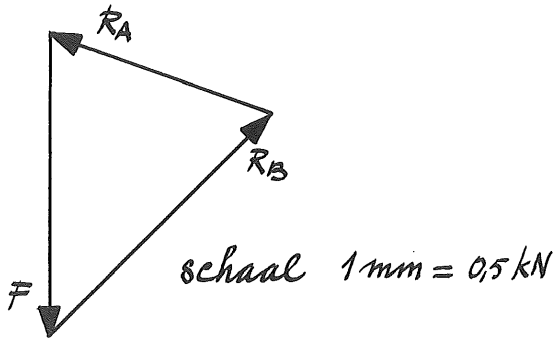
Omdat kracht H tweemaal zo groot is geworden is de schaal voor het momentenvlak een factor 2 groter.



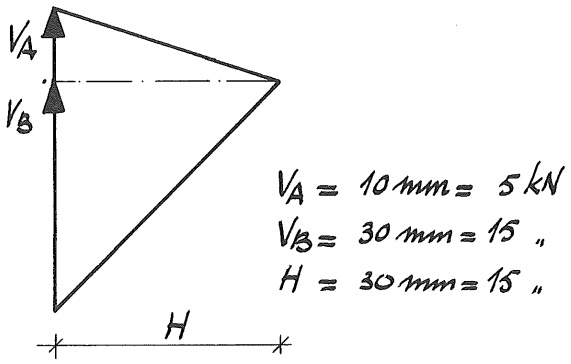
Als voorbeeld bepalen we eens volgens de grafische methode de oplegreacties en het M-vlak voor de getekende ligger AB belast door een kracht F = 20 kN.

We hebben de ligger getekend op schaal 1:100.

We vervangen de ligger door een koord en nemen voor dit koord een vorm ACB aan waarbij punt C 1,5 m onder de lijn AB ligt.

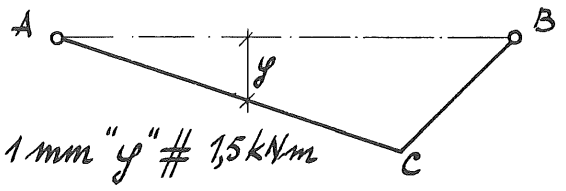


We zetten kracht F = 20 kN uit op de schaal 1 mm = 0,5 kN en tekenen de krachtendriehoek gevormd door F, R_A en R_B.

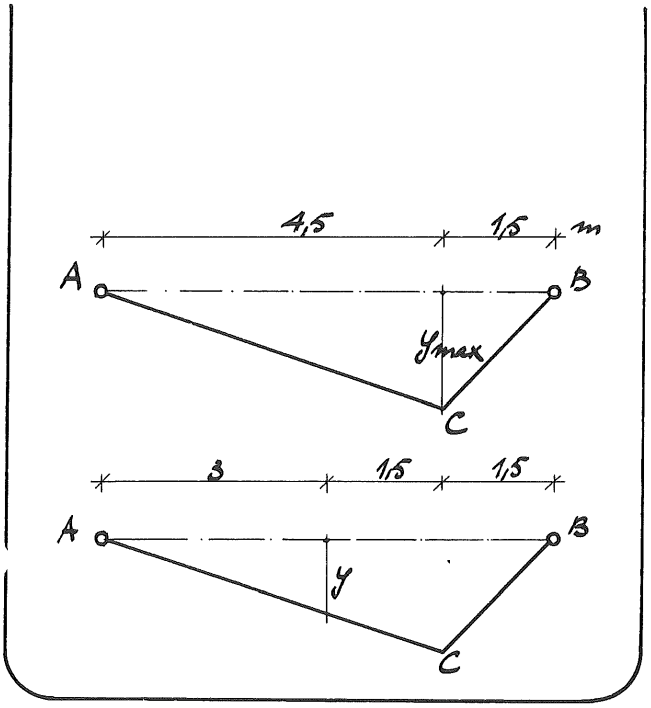


Vervolgens tekenen we in deze driehoek een lijn evenwijdig met de verbindingslijn van de steunpunten A en B van het koord (de drukstaaf), en vinden daardoor de krachten V_A, V_B en H.
We meten de lengte van deze krachten op:
V_A = 10 mm; V_B = 30 mm; H = 30 mm.

De grootte van deze krachten in kN is:
V_A = 10 . 0,5 = 5 kN
V_B = 30 . 0,5 = 15 kN
H = 30 . 0,5 = 15 kN



Driehoek ACB, gevormd door koord en drukstaaf, is het momentenvlak voor de door kracht F belaste ligger AB. De schaal van dit vlak wordt bepaald door het produkt H . y.

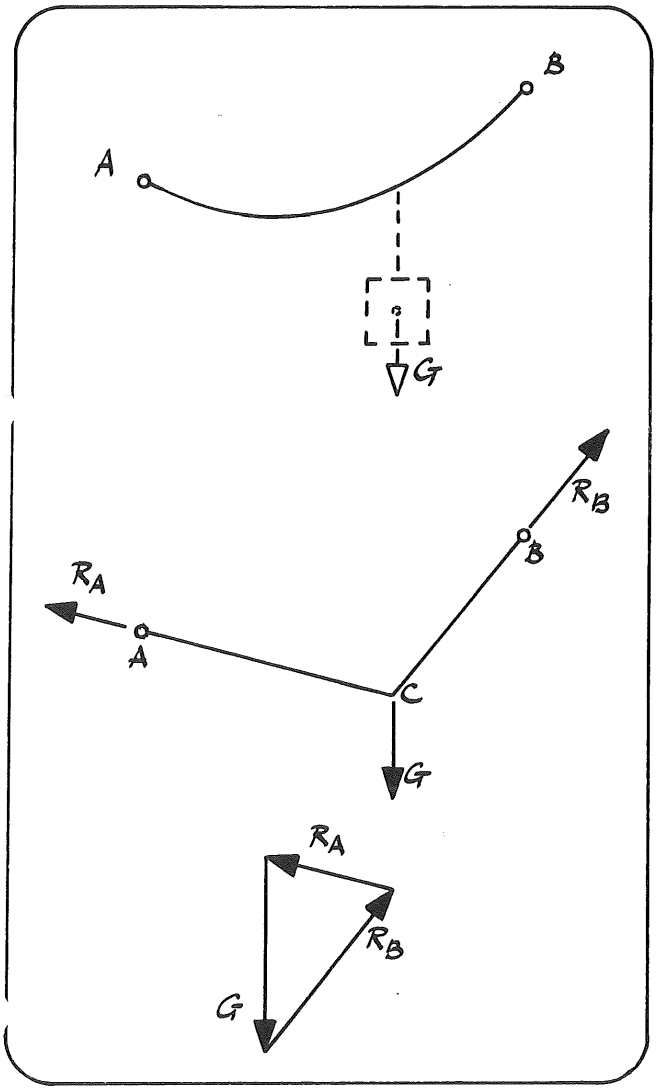


Elke mm van y is, gegeven de lengteschaal, in werkelijkheid 100 mm = 0,1 m.
De grootte van kracht H is 15 kN. Elke mm van y stelt dus een moment voor van 0,1 m . 15 kN = 1,5 kNm.

De grootste ordinaat die we opmeten, y_{max} = 15 mm. Dit betekent dat het grootste moment in de ligger is:

$$M_{max} = 15 \cdot 1{,}5 = 22{,}5 \text{ kNm}$$

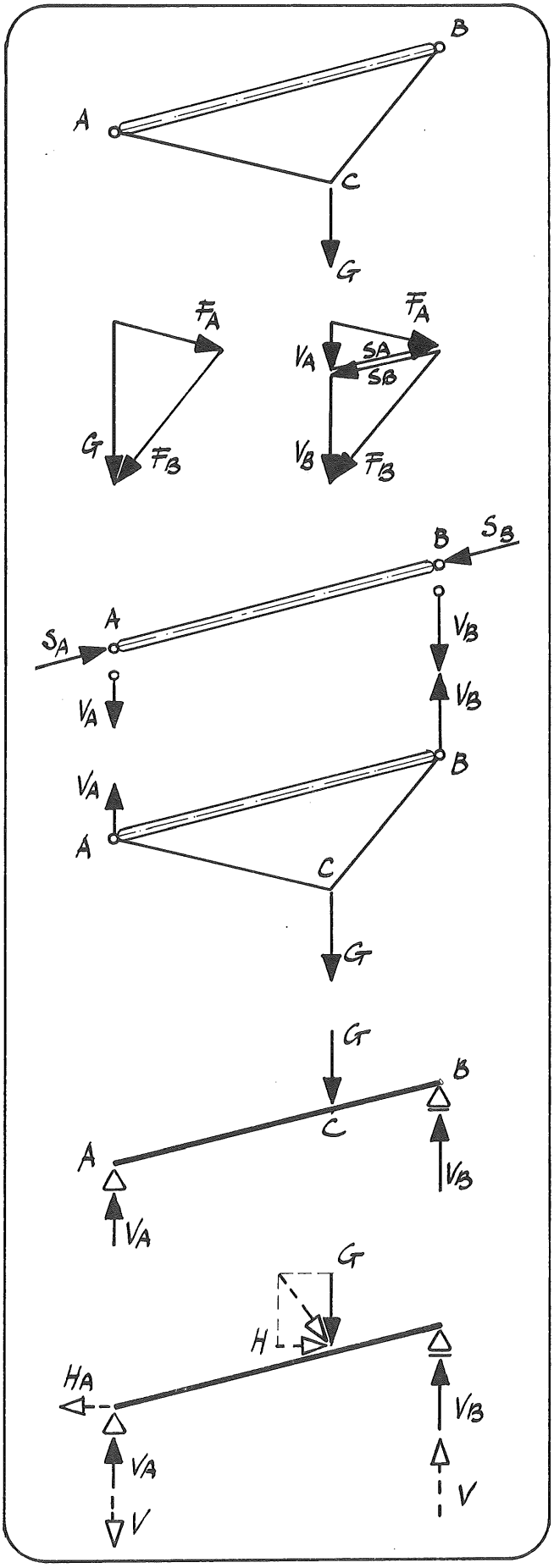
In de snede op een afstand van 3 m van A meten we voor y op 10 mm. In deze doorsnede is het inwendig moment dus 10 . 1,5 = 15 kNm.



We hebben in de voorgaande beschouwingen ongemerkt een <u>denkfout</u> gemaakt. We zullen deze aantonen door een koord, belast door één massa, eens op te hangen aan twee spijkers A en B, die <u>niet</u> op gelijke hoogte in een muur zijn aangebracht. We slaan spijker A dus wat lager in de muur vergeleken met de voorgaande constructie.

Door het gewicht G van deze massa wordt ook nu het koord weer strak getrokken.

De reactiekrachten die de spijkers in A en B uitoefenen op het koord kunnen door het tekenen van een krachtendriehoek gemakkelijk worden bepaald.



We brengen tussen de spijkers A en B weer een drukstaaf aan. We kunnen ons afvragen hoe groot de drukkracht in deze staaf is en hoe groot de krachten zijn die op de spijkers A en B worden uitgeoefend.

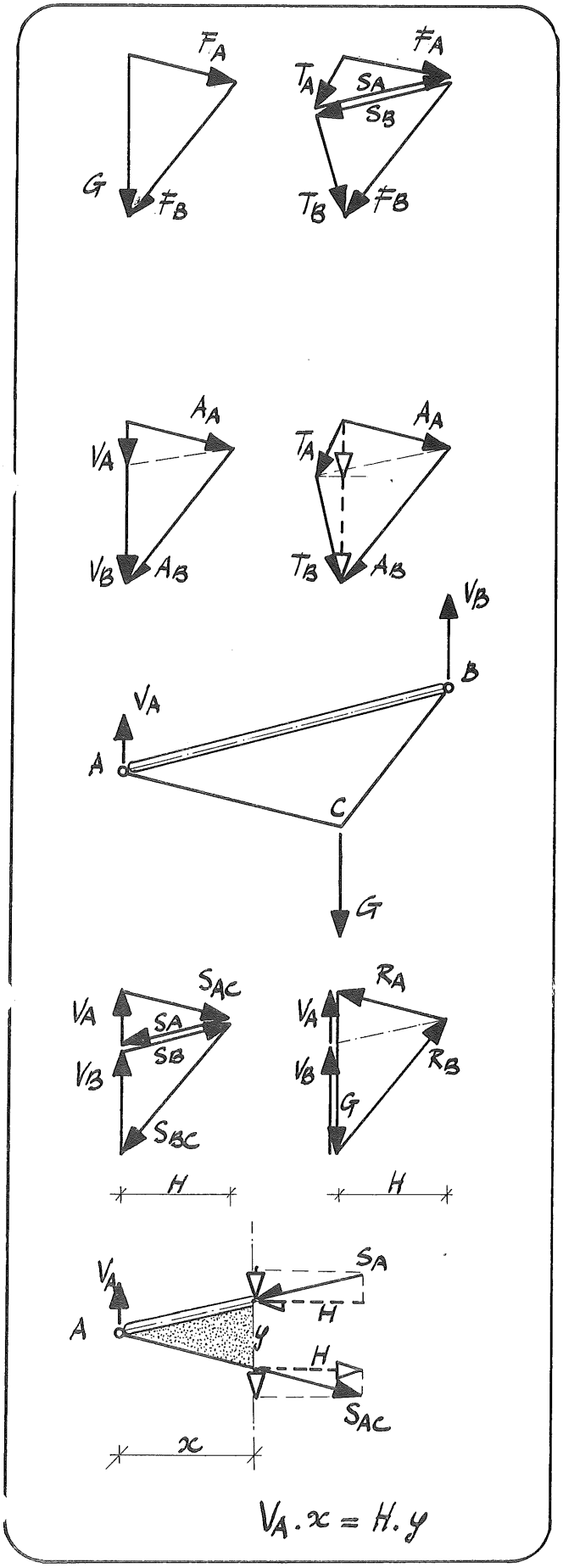
De actiekrachten F_A en F_B die het koord op de spijkers A en B uitoefent en die als resultante kracht G hebben, kunnen worden ontbonden in een kracht S (S_A en S_B) in de richting van de drukstaaf en een verticale kracht V (V_A en V_B).

De krachten S_A en S_B die op de drukstaaf werken zijn even groot en tegengesteld gericht. De drukstaaf is dus in evenwicht. De krachten die op de spijkers worden uitgeoefend zijn de verticale krachten V_A en V_B.

Omgekeerd oefenen de spijkers A en B op de "constructie" gevormd door koord en staaf, de reactiekrachten V_A en V_B uit.

Deze krachten zijn even groot als de oplegreacties van een ligger AB op twee steunpunten, in C belast door een kracht G.

Dit geldt overigens alleen voor het geval dat een <u>verticale kracht G</u> aangrijpt op de ligger. Grijpt een schuine kracht aan dan zal de horizontale component H van deze kracht met de horizontale reactiekracht H_A een koppel vormen. Dit koppel wordt tegengewerkt door reactiekrachten V in A en B. Daardoor verandert de grootte van de oplegreacties in A en B.



We kunnen de actiekrachten F_A en F_B ook ontbinden in een kracht S (S_A en S_B) in de richting van de drukstaaf en een kracht T (T_A en T_B) in een willekeurige, niet verticale, richting.

Als we dat doen dan zullen ook nu de krachten S_A en S_B de drukstaaf in evenwicht houden.

We merken echter op dat de verticale component van T_A groter is dan V_A en dat de verticale component van T_B kleiner is dan V_B.
Deze componenten zijn daarom niet meer te beschouwen als de oplegreacties van een ligger AB, die in C wordt belast door een kracht G.

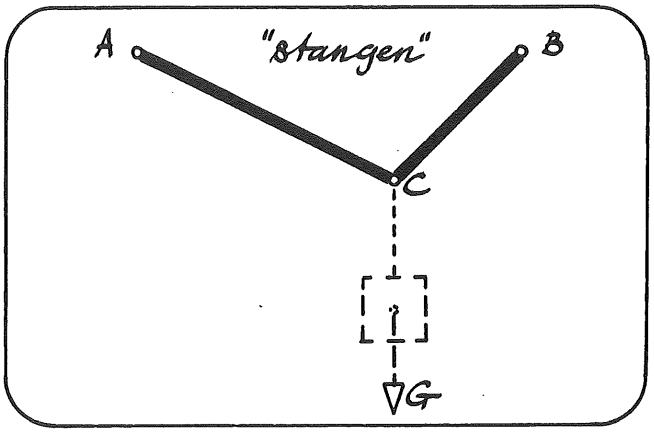
Willen we koord èn drukstaaf gebruiken voor het bepalen van de oplegreacties van een ligger dan zullen we moeten uitgaan van een <u>stelsel evenwijdige</u> (verticale) <u>krachten</u>.

Dit geldt dus ook voor het geval dat we koord èn drukstaaf willen gebruiken voor het grafisch bepalen van de momentenlijn. Ook indien de spijkers A en B niet even hoog zijn aangebracht geldt dan dat
$H \cdot y = V_A \cdot x$ of algemener

$H \cdot y = M_{uitwendig}$

Indien we een drukstaaf aanbrengen tussen de spijkers A en B dan zullen we altijd de reactiekrachten in de spijkers moeten ontbinden in een verticale component en een component in de richting van de drukstaaf, ook als de spijkers op gelijke hoogte zijn aangebracht.

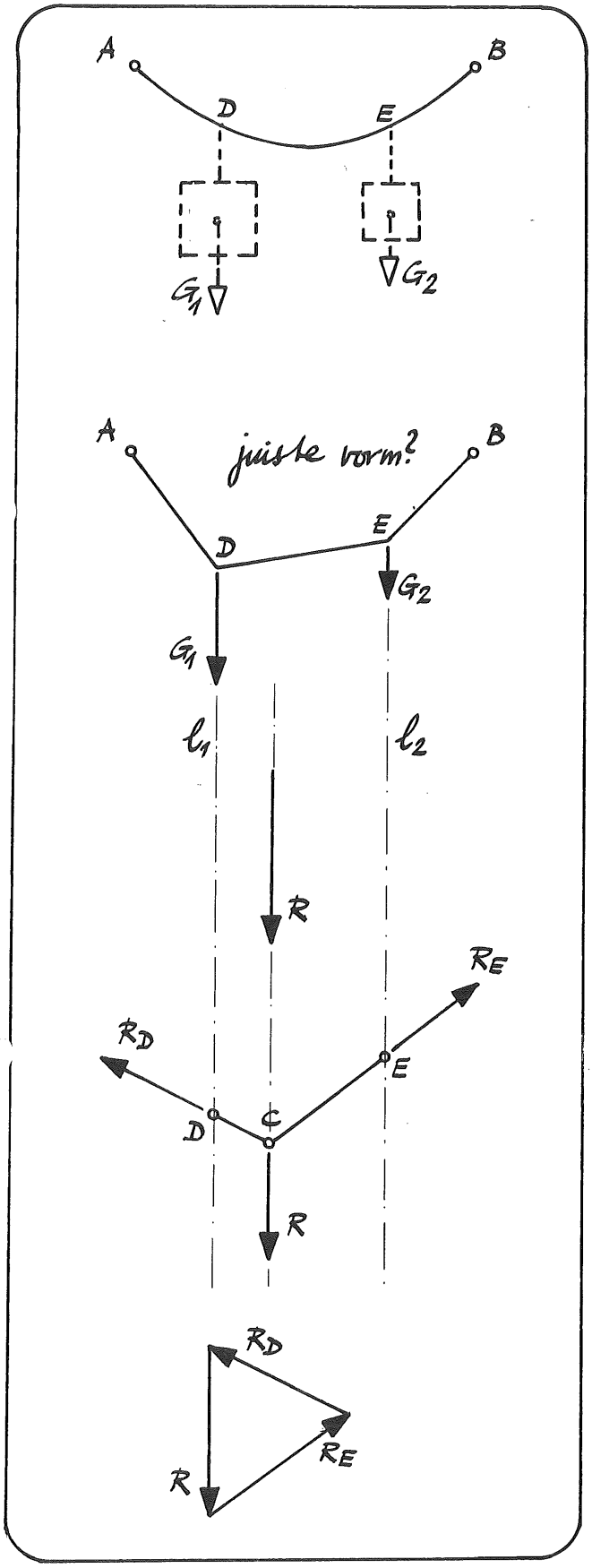
We hebben in de voorgaande beschouwingen dan ook geen denkfout gemaakt, we deden het met voorbedachte rade. We maakten slechts de fout niet volledig te zijn geweest.



Opmerking

In plaats van een koord, hadden we ook twee stangen kunnen nemen die scharnierend aan elkaar zijn verbonden ter plaatse van het aangrijpingspunt C van het gewicht G.

Zowel voor koord als stangen geldt immers dat elke normaaldoorsnede alleen normaalkrachten kan overbrengen.



2. KOORD BELAST DOOR TWEE PUNTLASTEN

We zullen nagaan wat er gebeurt als we twee massa's ophangen aan een slap koord dat is bevestigd aan twee spijkers.

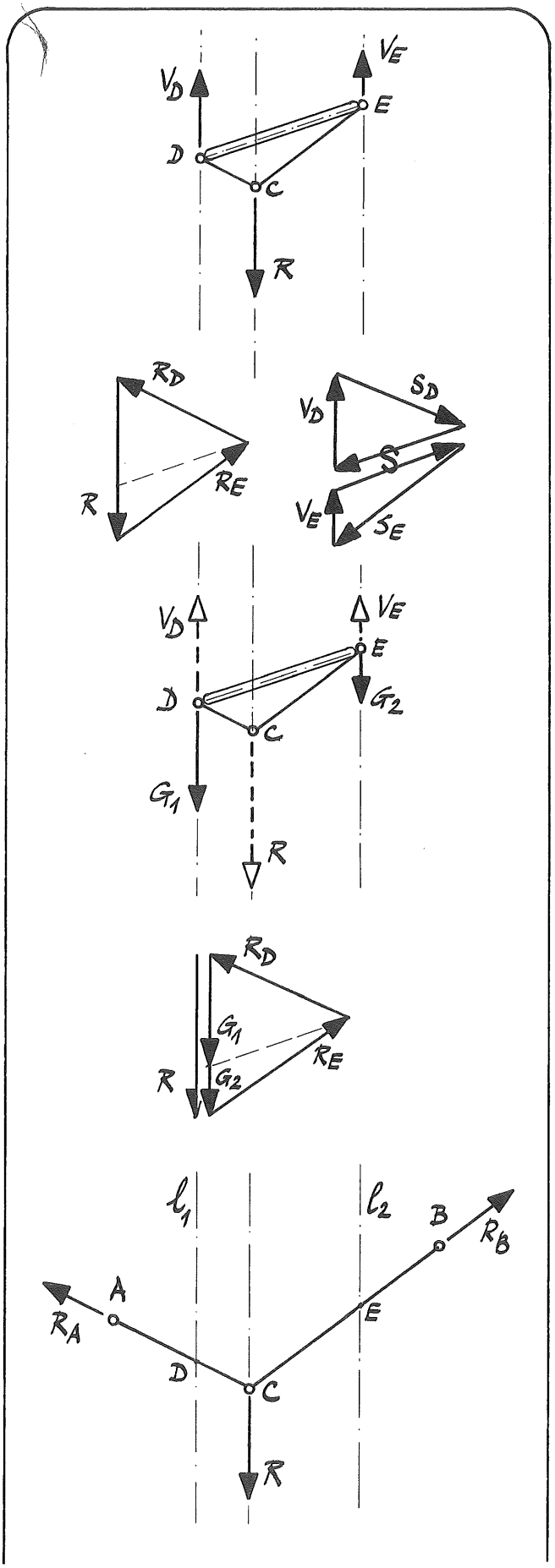
We slaan weer twee spijkers A en B in een muur, verbinden deze door een slap koord en hangen in de punten D en E een massa op met een gewicht G_1 resp. G_2 kN.

Door deze gewichten wordt het koord strak getrokken. Welke vorm het strak getrokken koord zal aannemen is niet zo maar te bepalen. We zullen moeten onderzoeken aan welke voorwaarden deze vorm zal moeten voldoen.

We beginnen ons onderzoek door na te gaan hoe we grafisch een kracht R kunnen ontbinden in twee krachten G_1 en G_2 waarvan de werklijnen l_1 en l_2 zijn gegeven.

We kiezen op de werklijn van R een willekeurig punt C en op de werklijnen l_1 en l_2 twee willekeurige ophangpunten D en E.
We beschouwen de figuur DCE als een strak getrokken koord.

Kracht R in C veroorzaakt in de ophangpunten D en E de reactiekrachten R_D en R_E. De grootte van deze reactiekrachten volgt uit de getekende krachtendriehoek.



Brengen we de drukstaaf DE aan dan ontstaan in de ophangpunten tengevolge van kracht R de verticale reactiekrachten V_D en V_E.

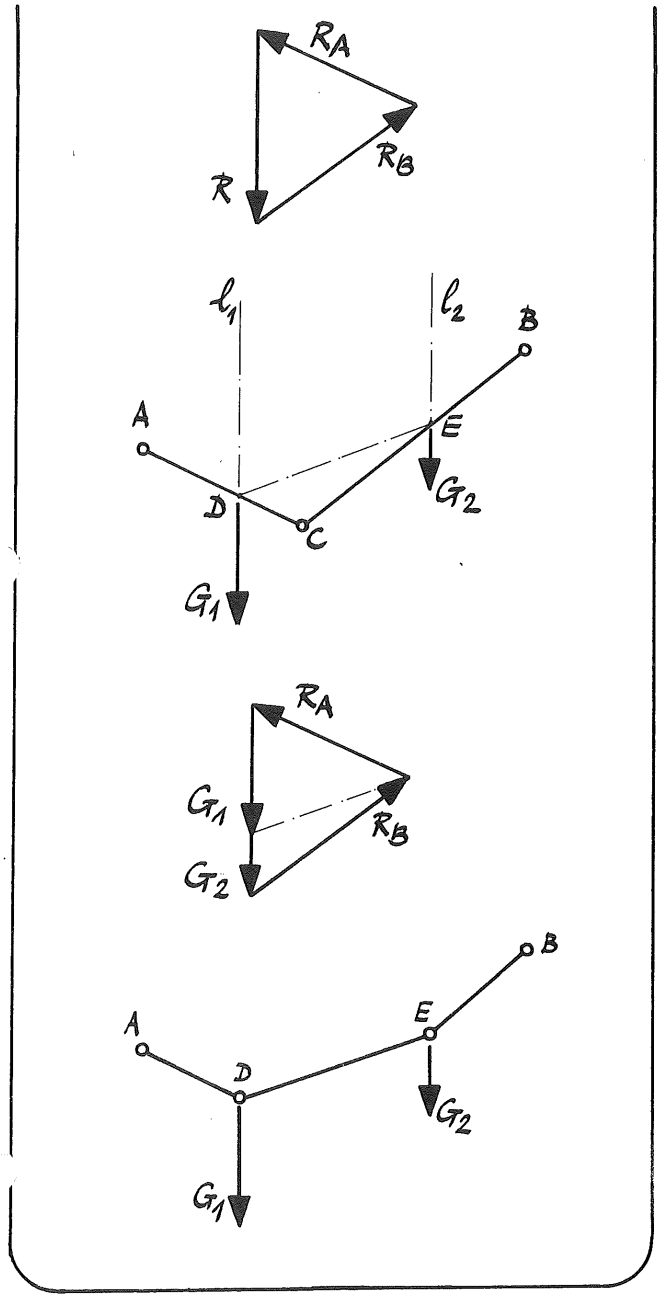
De grootte van de krachten V_D en V_E kan worden bepaald door in de krachtendriehoek gevormd door de krachten R, R_D en R_E een lijn te trekken evenwijdig met de drukstaaf DE. Dit wordt duidelijk als we de driehoeken gevormd door de krachten S_D, V_D en S, resp. S_E, V_E en S afzonderlijk tekenen.
Hierbij is S de kracht in de drukstaaf DE.

Kracht R maakt evenwicht met de krachten V_D en V_E.
Kracht R is dus de resultante van de krachten G_1 en G_2 als:

$$G_1 = - V_D \quad \text{en} \quad G_2 = - V_E$$

Ook de grootte van G_1 en G_2 volgt dus uit de krachtendriehoek gevormd door de krachten R, R_D en R_E door daarin een lijn te trekken evenwijdig aan DE.

We gaan door met ons onderzoek en verplaatsen de ophangpunten D en E naar A en B. Ophangpunt A ligt op het verlengde van koorddeel DC en ophangpunt B op het verlengde van koorddeel EC. De figuur ACB is weer te beschouwen als een strak getrokken koord.



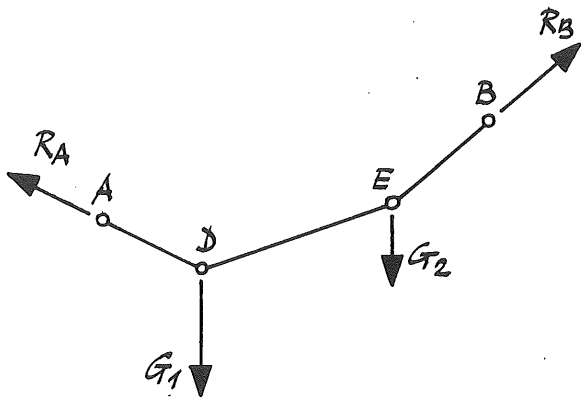
Kracht R in C veroorzaakt in de ophangpunten A en B de reactiekrachten R_A en R_B. Uit de getekende krachtendriehoek volgt dat deze krachten even groot zijn als de krachten R_D en R_E in de vorige ophangpunten.

We vervangen nu kracht R door de krachten G_1 en G_2 langs de werklijnen l_1 en l_2 (kracht R is de resultante van de krachten G_1 en G_2).

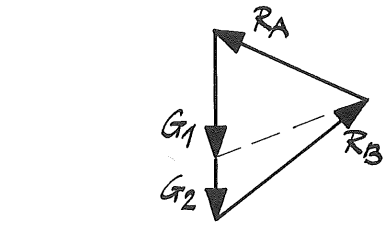
De grootte van de reactiekrachten R_A en R_B wijzigt niet, immers kracht R is in evenwicht met de krachten R_A en R_B, dus ook de krachten G_1 en G_2 (met als resultante R) zijn in evenwicht met R_A en R_B.

Uit het voorgaande volgt dat de grootte van de krachten G_1 en G_2 is te bepalen door in de krachtendriehoek gevormd door de krachten R, R_A en R_B een lijn te trekken evenwijdig aan de verbindingslijn DE van de aangrijpingspunten D en E van de krachten G_1 en G_2.

We vervangen het koord met de vorm ACB door een koord met de vorm ADEB en beweren dat deze vorm overeenkomt met de vorm van het strak getrokken koord onder invloed van de krachten G_1 en G_2.
We zullen dit aantonen.

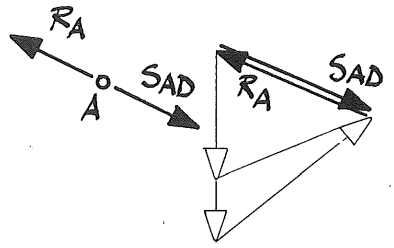


Op het koord ADEB werken de uitwendige krachten R_A, G_1, G_2 en R_B.
Deze krachten moeten evenwicht met elkaar maken en daarom een gesloten krachtendriehoek vormen.



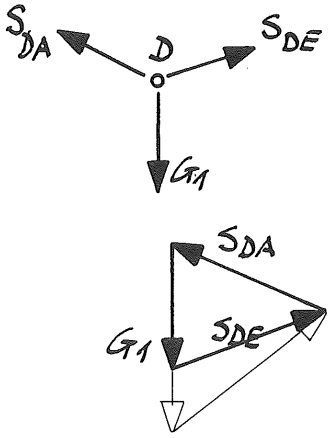
1

We hebben al eerder laten zien dat de gestippelde lijn die in deze driehoek is getekend evenwijdig loopt met het koorddeel DE.



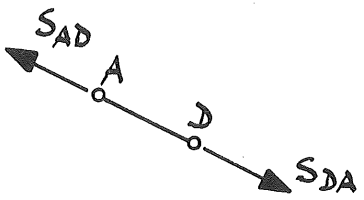
2

We brengen een snede aan in het koorddeel AD direct rechts van A en beschouwen het evenwicht van het koordgedeelte links van deze snede.
We noemen de kracht die in het einde A van het koorddeel AD werkt S_{AD}. Uit het evenwicht volgt: $S_{AD} = R_A$.

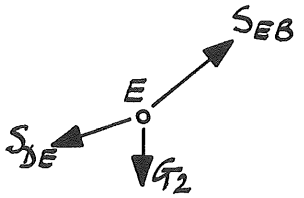


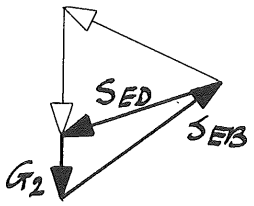
3

We brengen vervolgens een snede aan rondom het punt D van het koord. Op dit punt werken de krachten S_{DA} (de kracht die in het einde D van koorddeel AD werkt), G_1 en S_{DE} (de kracht die in het einde D van koorddeel DE werkt). Als het koord in evenwicht is dan zal ook punt D in evenwicht, dus in rust zijn. Dit betekent dat de krachten S_{DA}, G_1 en S_{DE} evenwicht met elkaar maken en daarom een gesloten krachtendriehoek vormen.



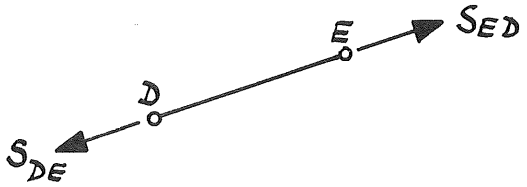
Vergelijken we de figuren 2 en 3 met elkaar dan zien we dat $S_{AD} = S_{DA}$. Dit betekent dat het koorddeel AD in evenwicht is.



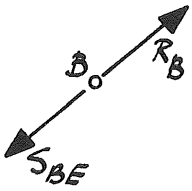


4

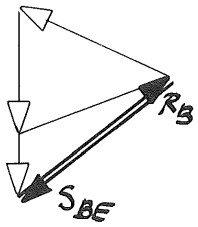
Brengen we een snede aan rondom het punt E van het koord dan moeten om dezelfde redenen de krachten S_{ED} (de kracht die in het einde E van koorddeel DE werkt), G_2 en S_{EB} (de kracht die in het einde E van koorddeel EB werkt) een gesloten krachtenveelhoek vormen.



Vergelijken we de figuren 3 en 4 dan volgt dat $S_{DE} = S_{ED}$. Ook koorddeel DE is in evenwicht.

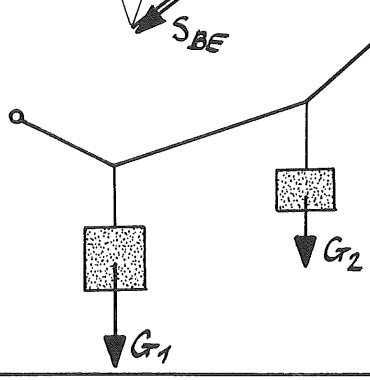


Brengen we tenslotte nog een snede aan in koorddeel BE direct links van B dan vinden we uit het evenwicht van het koordgedeelte rechts van deze snede nog dat $S_{BE} = R_B$.

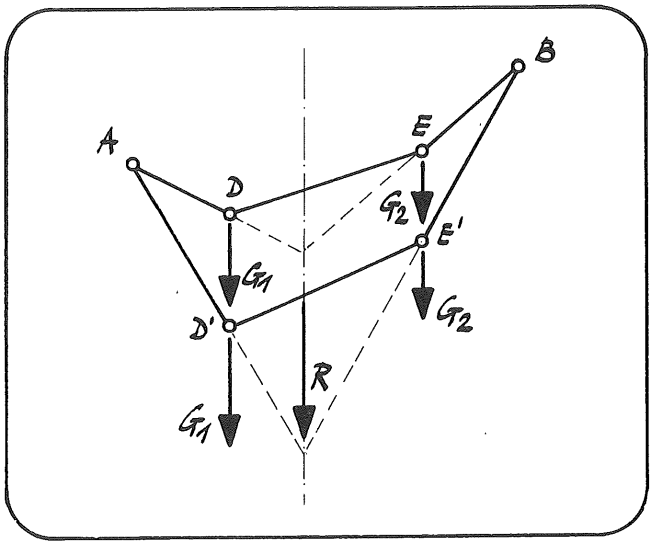


Vergelijken we de figuren 4 en 5 dan volgt dat $S_{EB} = S_{BE}$. Ook het koorddeel BE is in evenwicht.

5

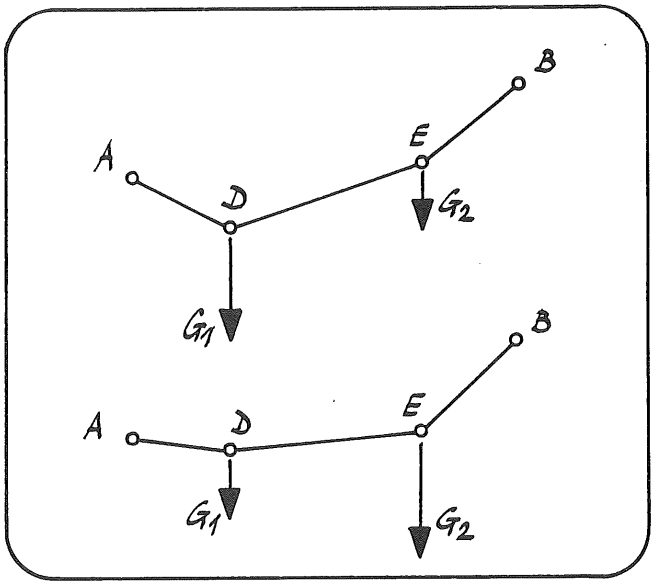


Alle delen van het koord zijn in evenwicht. Daarmede is aangetoond dat het gehele koord in evenwicht is en dat de vorm ADEB de juiste vorm is van het koord tengevolge van de belasting door de krachten G_1 en G_2.

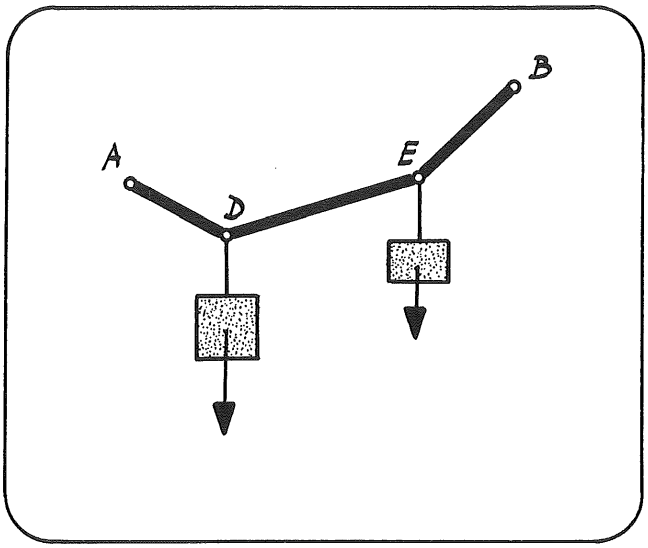


Opmerkingen

1. Bij elk gegeven stelselkrachten G_1 en G_2 zijn oneindig veel vormen van het koord mogelijk mits we er maar voor zorgen dan de koorddelen AD en BE elkaar snijden op de werklijn van de resultante R van de krachten G_1 en G_2.

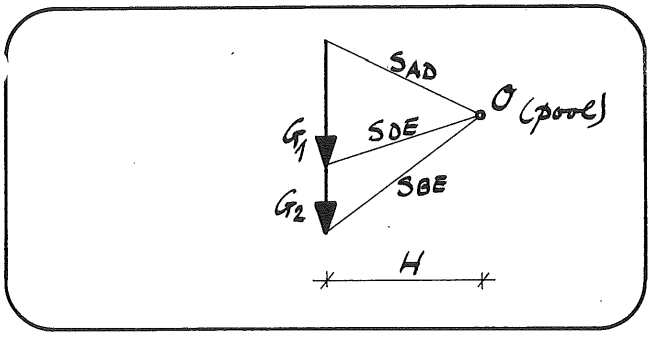


2. Omdat een koord slap en dus niet vormvast is, zal de vorm van het koord zich wijzigen zodra de krachten G_1 en G_2 onderling in grootte veranderen.

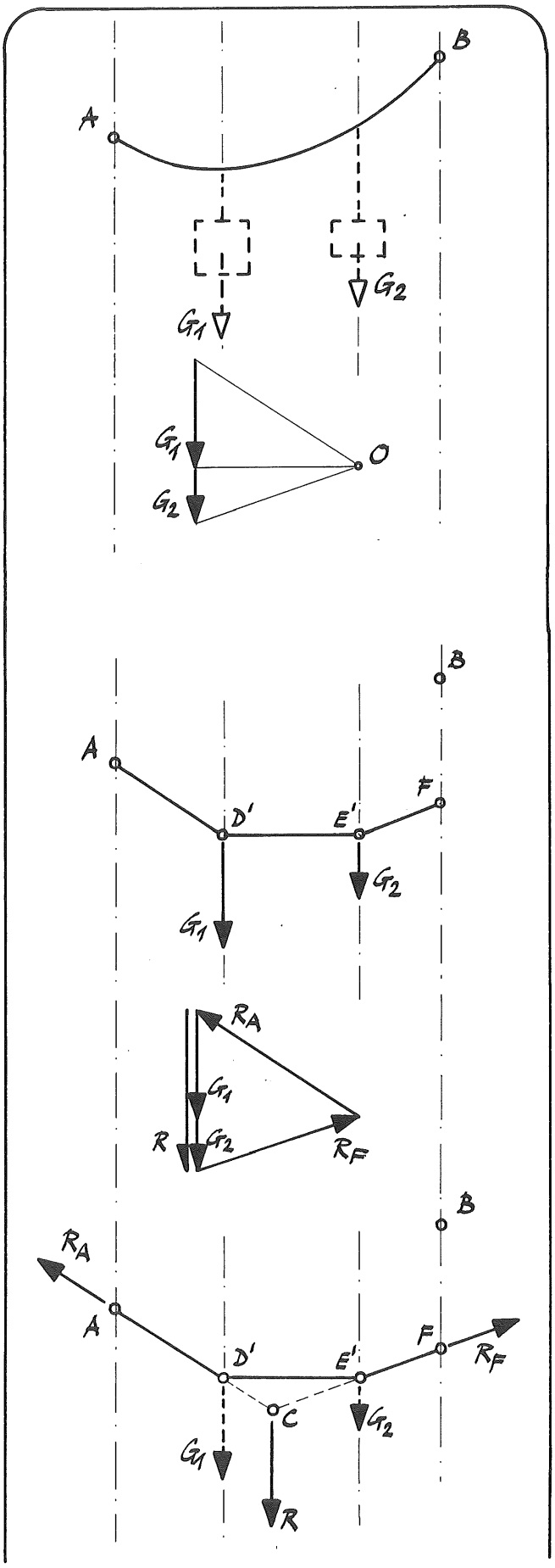


We zijn in het voorgaande nagegaan wat er gebeurt als we twee massa's ophangen aan een koord. In plaats van een koord hadden we ook drie stangen kunnen nemen die scharnierend aan elkaar zijn verbonden ter plaatse van de aangrijpingspunten D en E van de gewichten G_1 en G_2 van deze massa's. Zo'n stangenconstructie is, evenals een koord, een slappe, niet vormvaste constructie die uitsluitend normaalkrachten kan overbrengen.

De stangenconstructie die in evenwicht is onder invloed van een aantal krachten noemen we de stangenveelhoek (soms wordt deze ook wel stangenkromme genoemd). Figuur ADEB is zo'n stangenveelhoek.



De figuur die is opgebouwd uit een aantal krachtendriehoeken noemen we de poolfiguur. Het punt O van deze figuur noemen we de pool. Deze pool is het snijpunt van alle lijnen die in de poolfiguur evenwijdig worden getrokken aan de stangen van de stangenveelhoek. We noemen deze lijnen de stralen van de poolfiguur. Uit de poolfiguur kan de grootte van alle staafkrachten door opmeten worden bepaald. In de figuur zien we dat de horizontale component van alle staafkrachten gelijk is aan H.



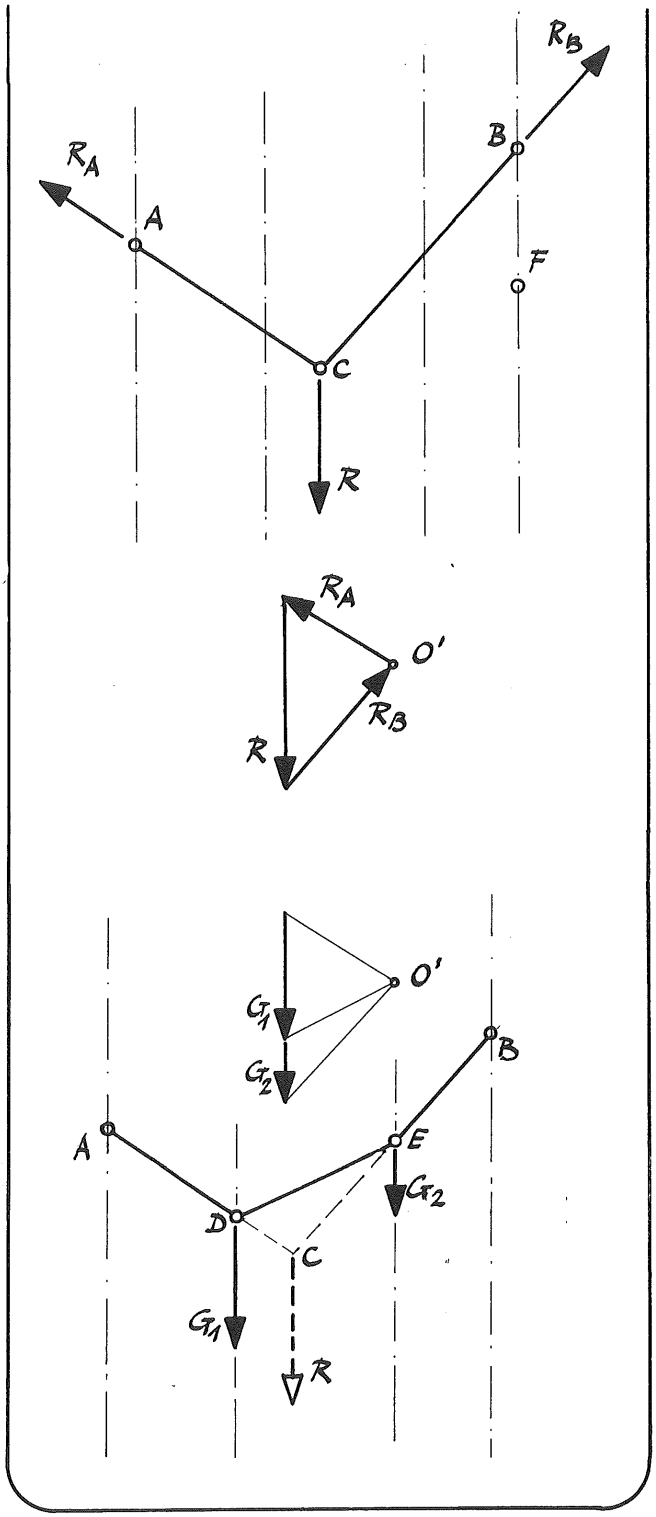
We sluiten nu ons onderzoek af en zullen eens nagaan hoe we met behulp van stangenveelhoek en poolfiguur de juiste vorm kunnen bepalen van een koord waaraan twee massa's worden opgehangen met een gewicht G_1 resp. G_2 kN.

In het voorgaande hebben we deze vorm snel kunnen bepalen omdat de plaats van de werklijn van de resultante $R = G_1 + G_2$ gegeven was. We zullen deze plaats nu eerst moeten bepalen.

We gaan daarom als volgt te werk. We zetten de krachten G_1 en G_2 (op schaal) onder elkaar u en kiezen willekeurig een pool O. We verbinden O met begin en einde van de vectoren G_1 en G_2.

Te beginnen in A construeren we vervolgens een stangenveelhoek AD'E'F. De stangen van deze veelhoek lopen evenwijdig met de stralen van de poolfiguur.
We constateren dat we niet in het ophangpunt B maar in F uitkomen. We hebben zodoende wel een goede vorm voor het koord gevonden, maar niet een vorm die door A <u>èn door</u> B gaat.

We weten echter dat <u>de krachten</u> G_1 en G_2 evenwicht maken met de reactiekrachten R_A en R_F. Dan maakt ook de resultante R van de krachten G_1 en G_2 evenwicht met R_A en R_F. Dit betekent dat we de werklijn van R kunnen vinden door de stangen AD' en FE' te verlengen. De werklijn van R moet dan lopen door het snijpunt C van deze verlengde stangen.



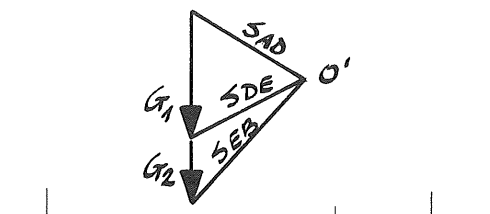
Met behulp van punt C kunnen we de juiste vorm van het koord, bevestigd in A en B, bepalen.

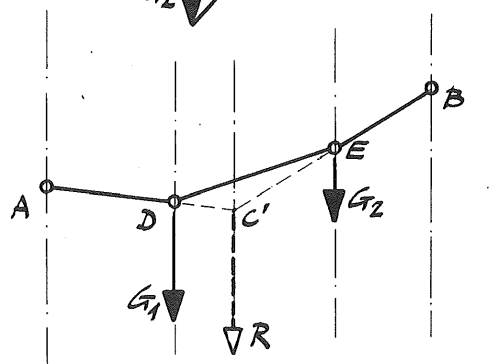
We verbinden punt C daartoe met de ophangpunten A en B en vinden zodoende de stangenveelhoek voor het geval dat alleen kracht R aangrijpt. De bijbehorende poolfiguur kan ook worden getekend. We vinden een andere pool O'.

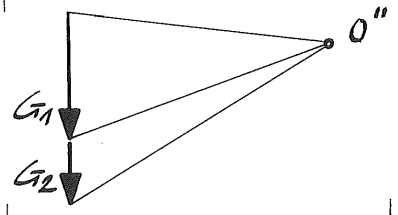
In de poolfiguur vormen de krachten R_A, R en R_B een gesloten krachtendriehoek.

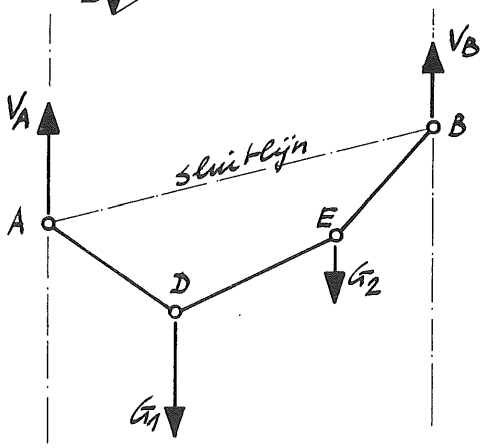
Vervangen we kracht R door de krachten G_1 en G_2, dan kunnen we de nieuwe pool O' weer verbinden met begin en einde van de vectoren G_1 en G_2.

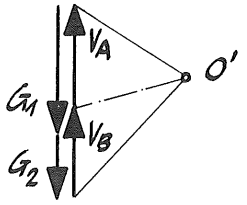
Construeren we met behulp van de richting van de stralen van de poolfiguur een nieuwe stangenveelhoek ADEB dan is deze figuur de juiste vorm van het koord onder de belasting van de twee gegeven massa's.

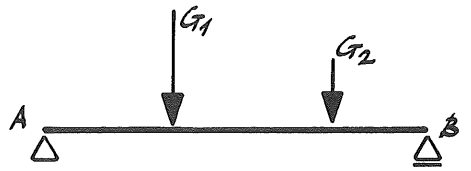












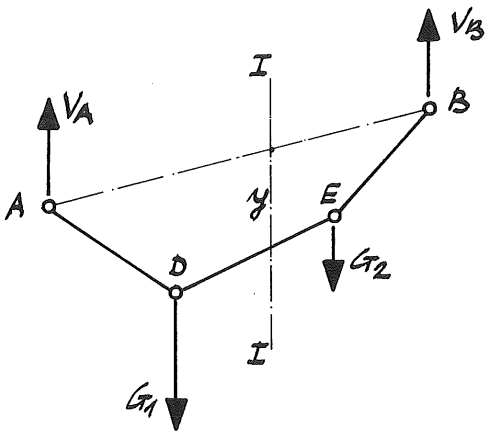
Opmerkingen

1. De grootte van de krachten S_{AD}, S_{DE} en S_{EB} in de staven AD, DE en EB is direct uit de poolfiguur af te leiden.

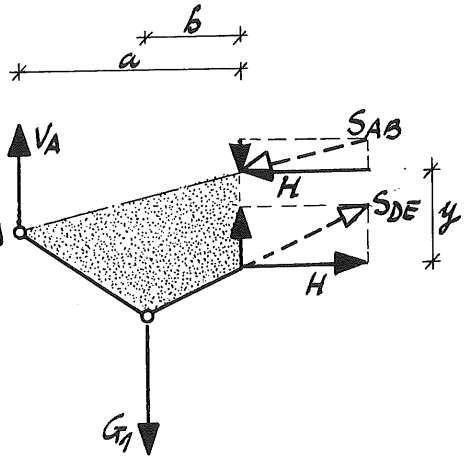
2. Het is niet noodzakelijk om voor het bepalen van de juiste vorm van het koord uit te gaan van punt C; elk willekeurig ander punt C van de werklijn van kracht R kan daarvoor worden gebruikt.
Als we nu de bijbehorende poolfiguur tekenen dan vinden we een andere pool O''.

3. Brengen we tussen de ophangpunten A en B een drukstaaf aan dan ontstaan in deze punten de verticale oplegreacties V_A en V_B. De grootte van deze oplegreacties is te bepalen door in de poolfiguur een lijn te tekenen evenwijdig aan de drukstaaf AB.
We zullen in het vervolg niet meer spreken over het "aanbrengen van een drukstaaf", maar over het sluiten van de stangenveelhoek. Lijn AB noemen we dan de sluitlijn.
We bepalen dus de oplegreacties V_A en V_B met behulp van een gesloten stangenveelhoek.
We kunnen dit alleen doen als we uitgaan van een stelsel evenwijdige krachten.

4. Omdat de grootte van de reactiekrachten in de ondersteuningen van een constructie onafhankelijk zijn van de vorm van deze constructie kunnen we met behulp van een gesloten stangenveelhoek grafisch deze krachten bepalen in de steunpunten A en B van een ligger.



5. Omdat het uitwendige moment ten opzichte van een willekeurige doorsnede I-I van een constructie onafhankelijk is van de vorm van deze constructie komt het vlak gevormd door een gesloten stangenveelhoek overeen met het diagram voor de inwendige momenten in de doorsneden van een ligger AB (M-vlak).



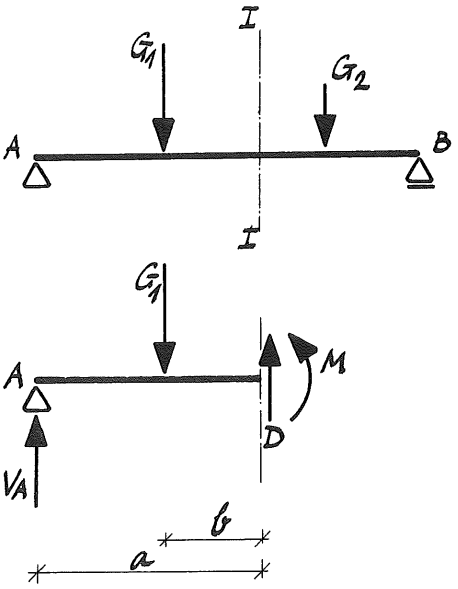
Brengen we een snede I-I aan in een gesloten stangenveelhoek dan wordt het gedeelte links van deze snede in evenwicht gehouden door de krachten V_A, G_1, S_{AB} en S_{DE}.
We hebben al eerder opgemerkt dat de horizontale component H van alle stangkrachten even groot is.

Het inwendige moment in doorsnede I-I heeft daarom de grootte H . y.

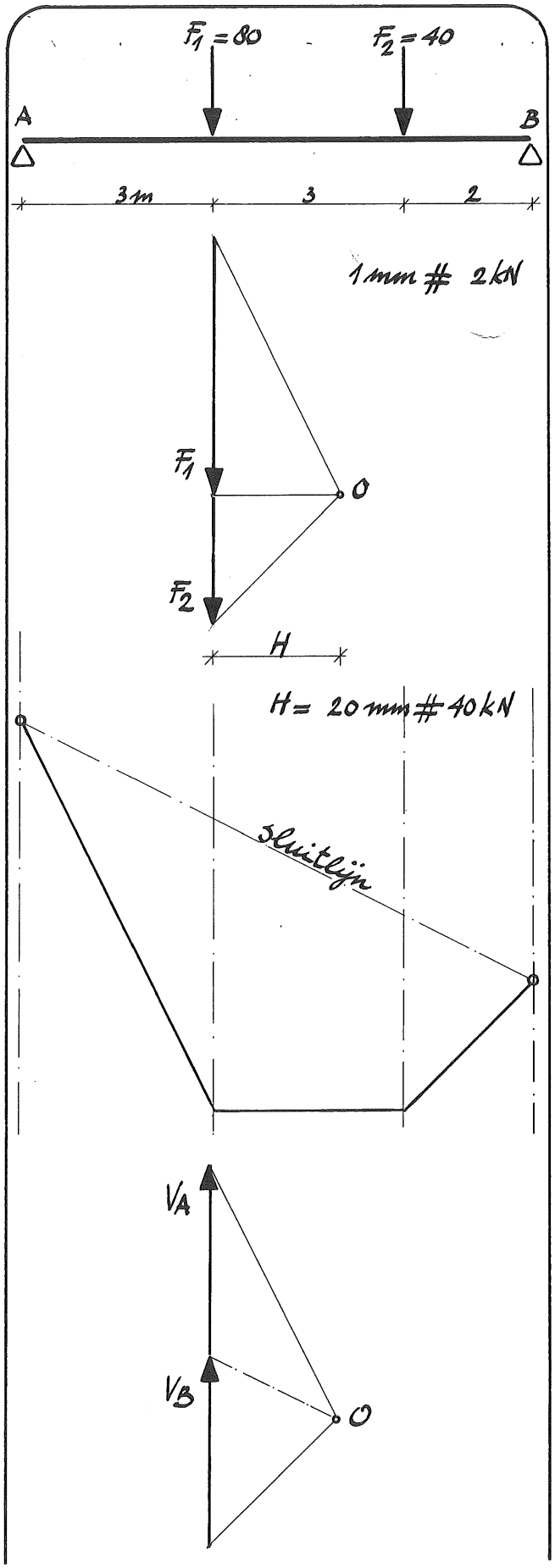
Dit moment moet gelijk zijn aan het uitwendige moment: $M_{uitwendig} = V_A \cdot a - G_1 \cdot b$.

Elke ordinaat y van de gesloten stangenkromme geeft dus op een bepaalde schaal de grootte van het inwendige moment weer, immers:

$$y = \frac{M_{uitwendig}}{H}$$



Omdat ook voor ligger AB geldt dat het uitwendig moment ten opzichte van doorsnede I-I gelijk is aan $V_A \cdot a - G_1 \cdot b$, kunnen we voor het bepalen van het inwendige moment in deze doorsnede de ligger vervangen door een stangenconstructie. Omdat doorsnede I-I een willekeurige is kunnen we stellen dat dit geldt voor het inwendige moment van alle doorsneden.



Als voorbeeld bepalen we eens volgens de grafische methode de oplegreacties en het M-vlak voor de getekende ligger AB belast door de krachten F_1 = 80 kN en F_2 = 40 kN.

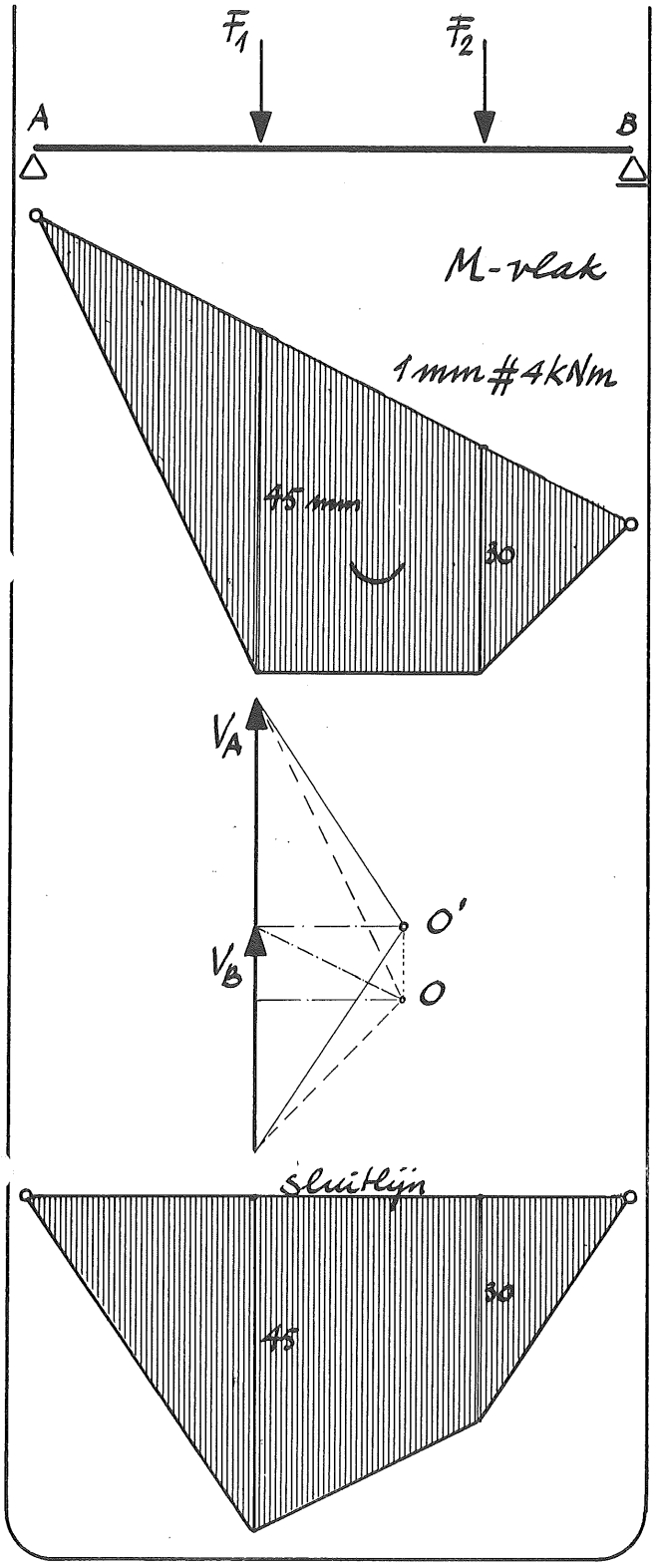
We hebben de ligger getekend op schaal 1:100.

We zetten de krachten F_1 en F_2 achter elkaar uit op de schaal 1 mm = 2 kN.
Voor de poolafstand H kiezen we b.v. 20 mm.
Dus H = 20 . 2 = 40 kN.
We kunnen nu de poolfiguur tekenen.

Vervolgens tekenen we de stangenveelhoek. De stangen van deze veelhoek tekenen we evenwijdig aan de overeenkomstige stralen van de poolfiguur.

Tekenen we de sluitlijn in de stangenveelhoek dan bepaalt de straal in de poolfiguur die evenwijdig loopt met deze sluitlijn de grootte van de oplegreacties V_A en V_B.
We vinden:

V_A = 30 mm = 60 kN
V_B = 30 mm = 60 kN



Het vlak van de nu gesloten stangenveelhoek komt overeen met het M-vlak van de ligger voor de gegeven belasting.

Elke mm van de ordinaten van dit vlak is, gegeven de lengteschaal 1:100, in werkelijkheid 100 mm = 0,1 m.
De grootte van kracht H = 40 kN. Elke mm van de ordinaten stelt dus een moment voor van 0,1 m . 40 kN = 4 kNm.

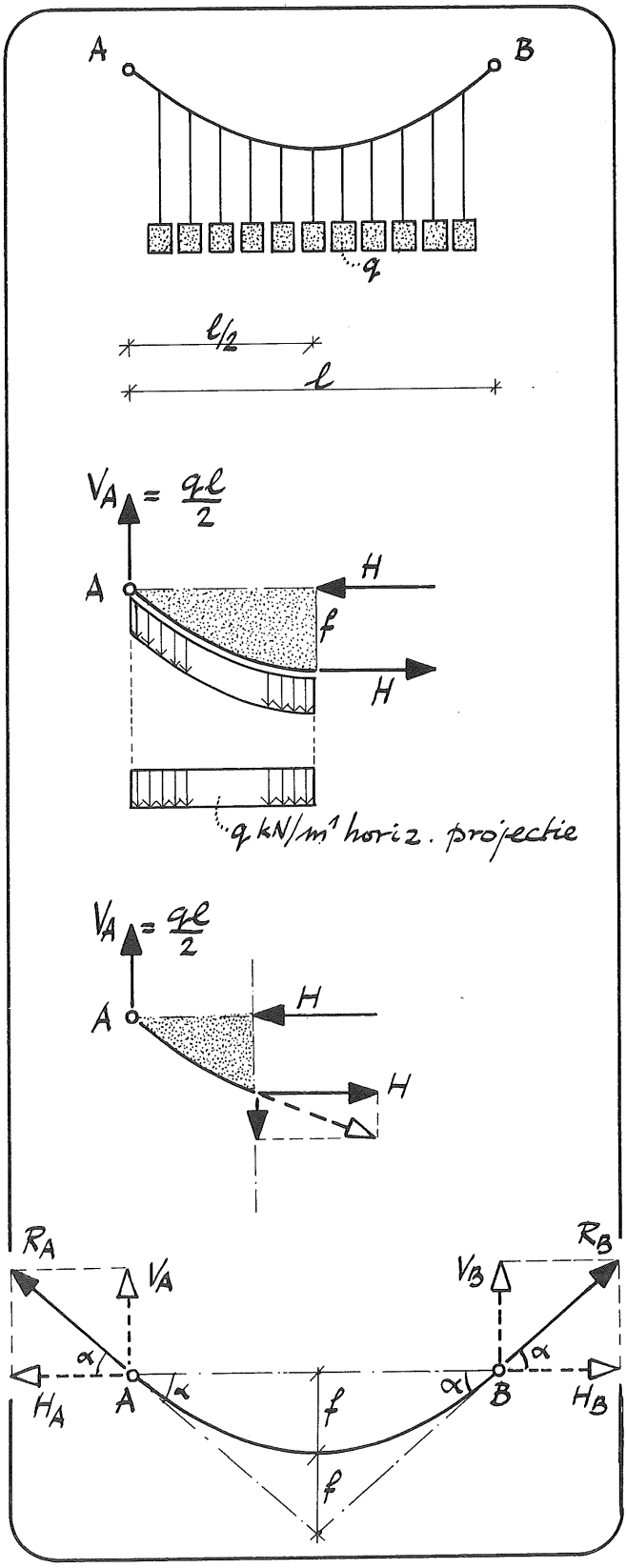
De ordinaten ter plaatse van F_1 en F_2 zijn 45 mm en 30 mm. De momenten zijn dus:
M (t.p.v. F_1) = 45 . 4 = 180 kNm
M (t.p.v. F_2) = 30 . 4 = 120 kNm

Willen we de sluitlijn van de stangenveelhoek horizontaal hebben, dan moeten we een andere pool O' kiezen.
We hebben gezien dat in de poolfiguur de richting van de sluitlijn de grootte van de oplegreacties V_A en V_B bepaalt. Als de sluitlijn horizontaal is dan zal pool O op de horizontaal door het einde van vector V_B moeten liggen. Kiezen we voor de poolafstand H weer 20 mm dan ligt daarmede de plaats van pool O' vast. We kunnen nu verder op de gewone manier weer de stangenveelhoek tekenen. Omdat de grootte van H niet is gewijzigd geldt voor het M-vlak weer:

1 mm # 4 kNm

Opmerking

Door de buitenste stangen van de veelhoek te verlengen kunnen we de plaats van de werklijn van de resultante van F_1 en F_2 bepalen. Op deze manier kunnen we ook een horizontale sluitlijn construeren. Het bezwaar van deze methode is dat we dan geen mooie waarde vinden voor de poolafstand H. Ga dit zelf eens na.



3. KOORD BELAST DOOR EEN Q-BELASTING

Wordt een koord AB belast door een groot aantal blokjes die alle hetzelfde gewicht hebben en die op onderling gelijke afstanden worden aangebracht dan is er sprake van een gelijkmatig verdeelde belasting van het koord.

De vorm die het koord zal aannemen door deze gelijkmatige belasting is niet moeilijk te voorspellen.
In het voorgaande hebben we gezien dat de gesloten stangenveelhoek overeenkomt met het diagram van de inwendige momenten. Bij een gelijkmatig verdeelde belasting heeft dit diagram een parabolisch verloop.
Door de belasting van een groot aantal gelijke blokjes zal een koord dus een parabolische vorm aannemen.

Brengen we een snede aan in het midden van het koord dan is de kracht H in deze snede:

$$H \cdot f = \frac{1}{8} ql^2 \rightarrow H = \frac{ql^2}{8f}$$

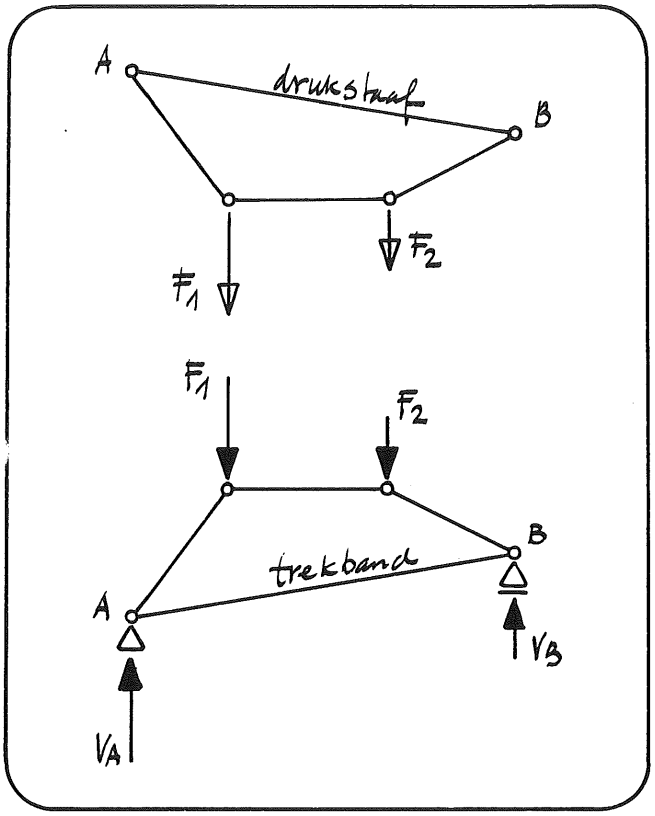
Brengen we een willekeurige snede aan dan zal de horizontale component van de kracht in die snede gelijk zijn aan H.

De reactiekracht R_A in A heeft
een verticale component $V_A = \frac{1}{2} ql$ en
een horizontale component

$$H_A = H = \frac{ql^2}{8f}$$

Dan is: $$tg\alpha = \frac{V_A}{H_A} = \frac{4f}{l} = \frac{2f}{\frac{1}{2}l}$$

Dit betekent dat de werklijn van R_A, die in A raakt aan de parabolische stangenkromme, de symmetrielijn van de parabool snijdt op een afstand van 2f van de horizontaal door A en B.



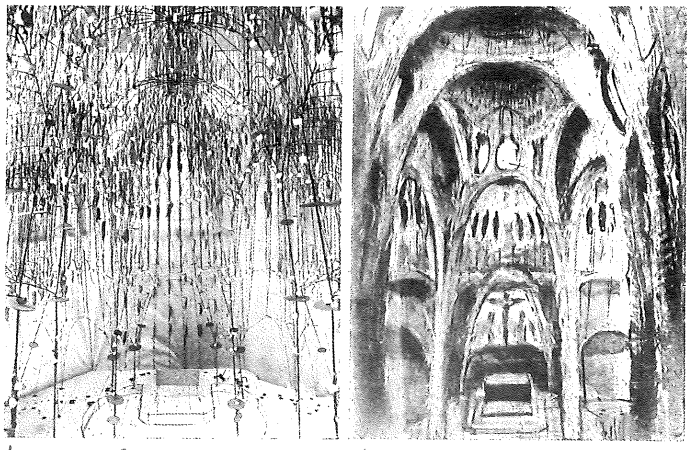
4. OMGEKEERDE STANGENVEELHOEK

We hebben geleerd hoe we de vorm van een stangenconstructie kunnen bepalen, die is opgehangen in de punten A en B en wordt belast door twee puntlasten F_1 en F_2.

Brengen we tussen de punten A en B een drukstaaf aan dan ontstaat een gesloten constructie (gesloten stangenveelhoek). De stangen van deze constructie wisselen de inwendige krachten met elkaar uit.

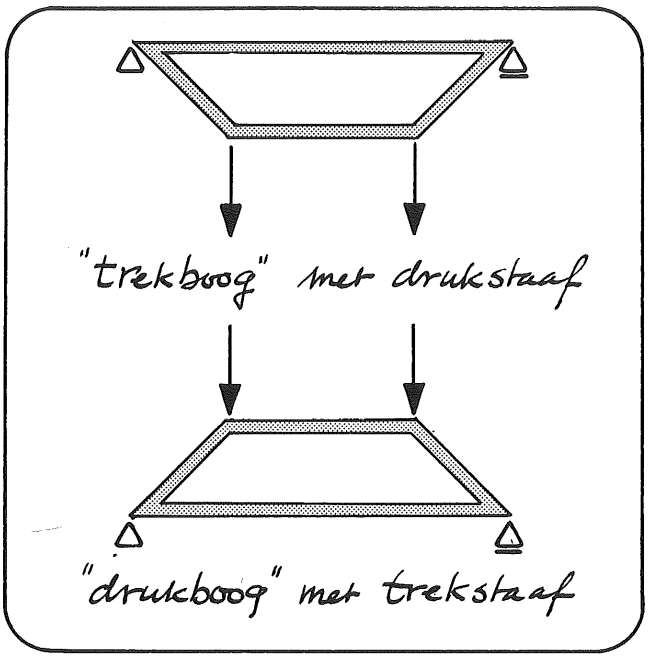
Draaien we deze constructie om dan ontstaat er een soort boogconstructie met trekband (staaf AB).
De verticale krachten F_1 en F_2 worden door de "boog" afgevoerd naar de opleggingen bij A en B en de trekband AB houdt deze opleggingen bij elkaar.

Door het aanbrengen van de trekband ontstaan dus in de opleggingen alleen verticale reactiekrachten.

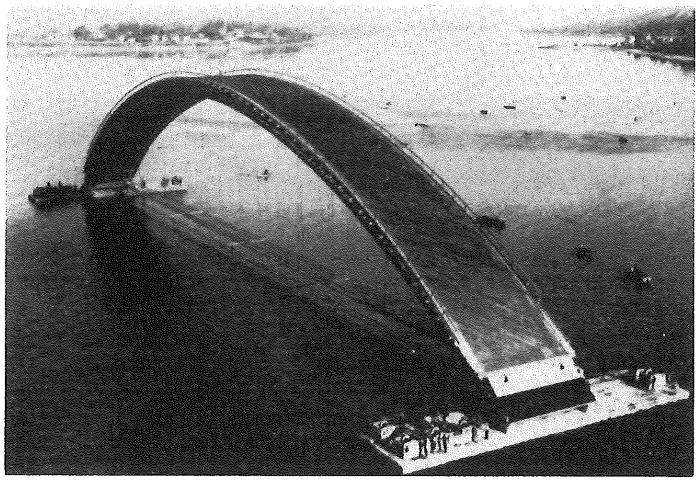


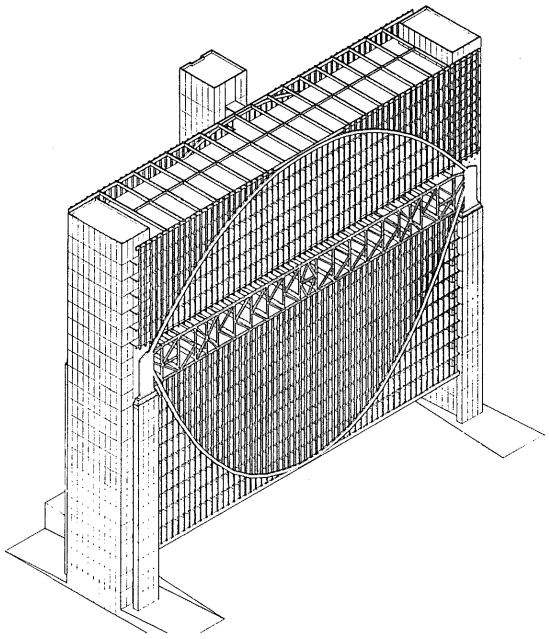
Kapel Colonia Güell (ontwerp) arch. A. Gaudi — Barcelona, ± 1900

Zo ontwierp de Spaanse architect Antonio Gaudi (1852-1926) omstreeks 1900 zijn grillig gevormde gewelven voor de kapel van de Colonia Guëll en voor de kerk van de Heilige Familie te Barcelona. Met zakjes zand aan touwtjes, het eigen gewicht voorstellend, bepaalde hij de meest gunstige boogvormen voor zijn gewelven.



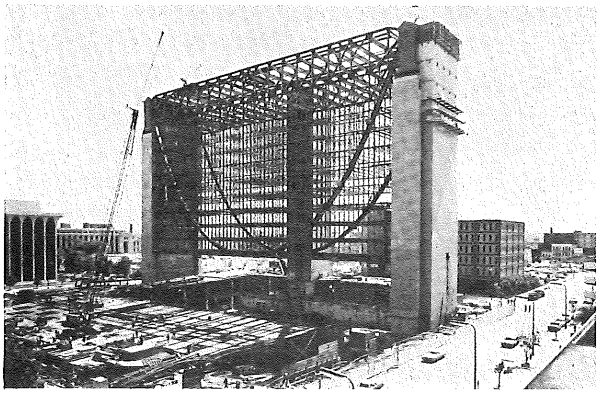
We kunnen een draagconstructie de vorm geven van een gesloten krachtenveelhoek. Daarbij kunnen we nog kiezen voor een "trekboog" met drukstaaf of een "drukboog" met trekstaaf.



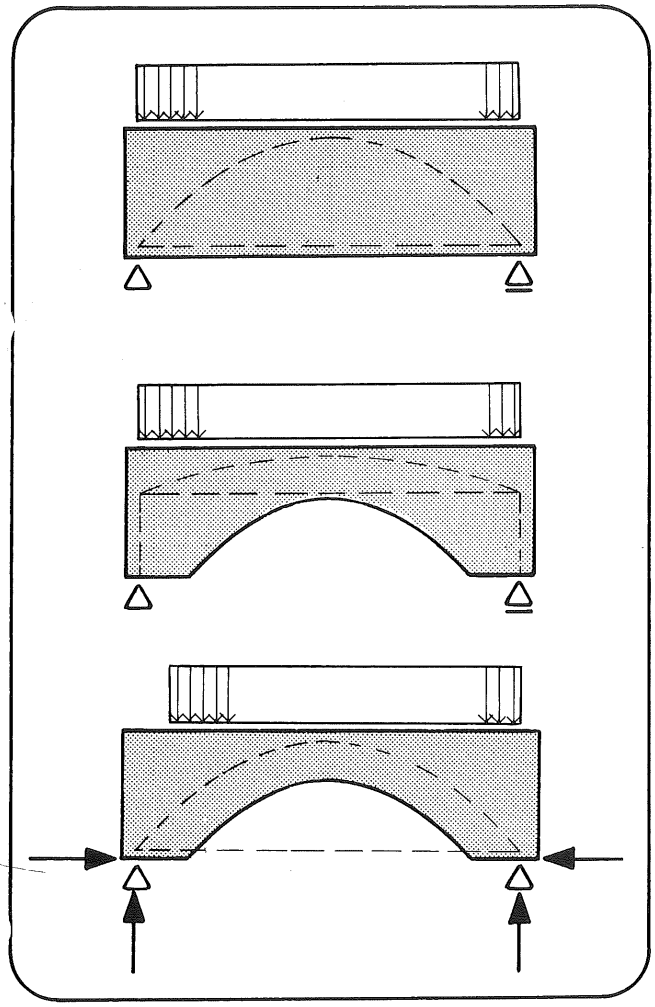


Federal Reserve Bank arch. Gunnar Birkets *Minneapolis, U.S.A. ,1973*

Een voorbeeld hiervan is de constructie van het gebouw van de Federal Reserve Bank te Minneapolis, U.S.A.
Om de belasting van alle vloeren te dragen zijn in de gevels zowel een trek- als een drukboog aangebracht.
De punten van samenkomst van beide bogen zijn met elkaar verbonden. De verbinding kan de - tegengestelde - horizontale reacties van beide bogen opnemen.



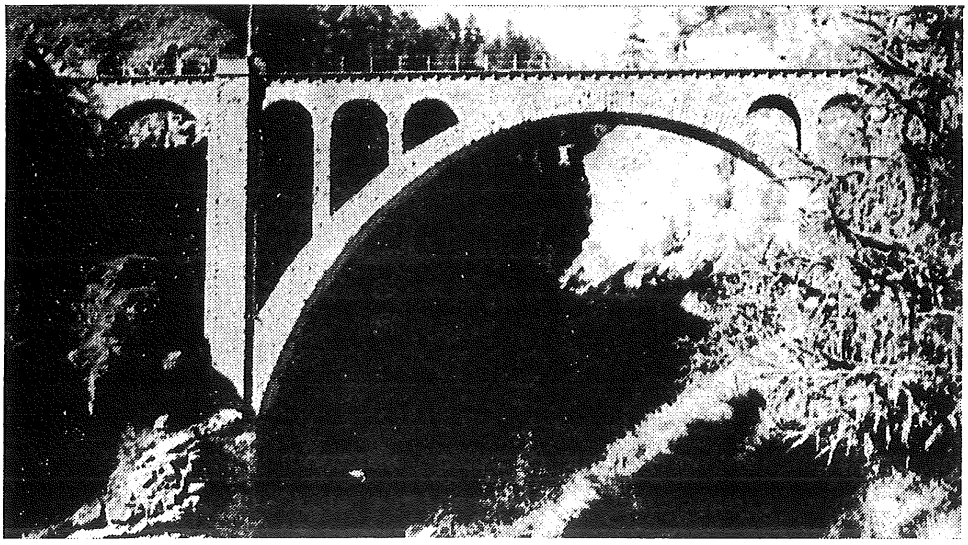
Het is echter niet noodzakelijk dat een constructie de vorm van een gesloten krachtenveelhoek geheel volgt. Wel moet een trek- of drukboog zich binnen de gekozen constructievorm kunnen ontwikkelen.



Zo zal in een massieve balk met rechthoekige doorsnede een drukboog met trekband ontstaan als in de figuur getekend.
Omdat de belasting van de balk gelijkmatig is verdeeld zal de drukboog een parabolische vorm krijgen.
Door de drukboog kan de belasting goed worden afgevoerd naar de ondersteuning van de balk.

Nemen we aan de onderzijde een gedeelte van de balk weg dan kan de trekband zich niet normaal ontwikkelen. Er kan zich nu in de balk slechts een zeer platte boog ontwikkelen waarin de drukkrachten veel groter zijn.

Vervangen we in dit geval de roloplegging door een scharnieroplegging, dan ontstaat er in de opleggingen een horizontale reactiekracht die hetzelfde effect heeft als een trekband.



5. ZELFTOETS

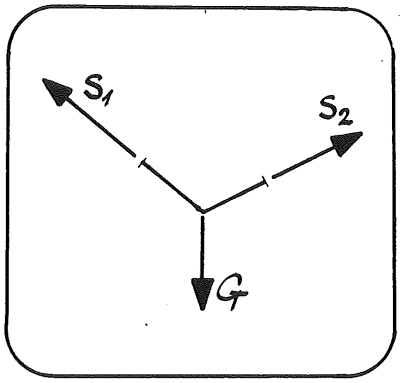
VRAGEN

1. In de toegepaste mechanica worden vele berekeningen uitgevoerd volgens de grafische methode.
   Wat verstaan we onder deze methode.

2. Waarvan maken we o.a. gebruik bij de grafische methode.

3. Waarvoor kunnen we de grafische methode o.a. toepassen.

4. Aan een koord wordt een massa opgehangen met gewicht G. Daardoor ontstaan in de ophangpunten A en B van dit koord de reactiekrachten R_A en R_B.
   Aan welke voorwaarde moeten de krachten G, R_A en R_B voldoen.



5. We brengen een snede aan in het koord van vraag 4 rondom het punt waar G is opgehangen en tekenen de krachten in snede S_1 en S_2.
   Aan welke voorwaarde moeten G, S_1 en S_2 voldoen.

6. Als we een gewicht G door middel van een koord ophangen aan twee spijkers A en B dan vallen de werklijnen van de reactiekrachten R_A en R_B in deze spijkers samen met de delen van het koord.
   Wat kunnen we doen om te zorgen, dat deze reactiekrachten verticaal lopen.
   Hoe kunnen we de grootte van deze krachten bepalen.

ANTWOORDEN

1. Onder de grafische methode verstaan we het door <u>tekenen</u>
   - bepalen van de grootte van uit- en inwendige krachten
   - inzicht verkrijgen in de totale krachtsverdeling in een constructie

2. Bij de grafische methode maken we o.a. gebruik van een <u>stangenveelhoek</u> en een <u>poolfiguur</u>.

3. De grafische methode wordt o.a. toegepast voor
   - het bepalen van de oplegreacties en de momentenlijn
   - het bepalen van de krachtsverdeling in versterkte balken
   - het bepalen van de krachtsverdeling in kabelconstructies
   - het bepalen van de druklijn

4. De krachten G, R_A en R_B die op een koord werken waaraan een massa met gewicht G is opgehangen moeten met elkaar in evenwicht zijn, dus een gesloten krachtendriehoek vormen.

5. De krachten G, S_1 en S_2 die aangrijpen in het punt waar een massa met gewicht G is opgehangen moeten met elkaar in evenwicht zijn. Dat wil zeggen dat G, S_1 en S_2 een gesloten krachtendriehoek moeten vormen.

6. Als we tussen de spijkers A en B een drukstaaf aanbrengen ontstaan in deze spijkers uitsluitend verticale krachten. De grootte van deze krachten kan worden bepaald door in de krachtendriehoek, gevormd door de krachten G, R_A en R_B een lijn te tekenen evenwijdig met de drukstaaf. Deze lijn verdeelt de vector G in twee delen die overeenkomen met de verticale reacties in A en B.

VRAGEN

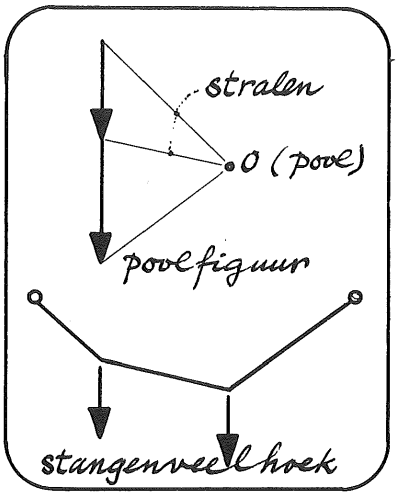
7. Wat is: - een poolfiguur,
   - een pool,
   - een poolstraal,
   - een stangenveelhoek.

8. Een constructie opgelegd op een rol en een scharnier wordt belast door verticale krachten.
   Wat is de invloed van de vorm van de constructie op de grootte van de oplegreacties?
   Wat is de invloed van een eventueel hoogteverschil tussen de rol- en scharnieroplegging.

9. Van een ligger AB op twee steunpunten, belast door een kracht F, kunnen we de oplegreacties en de momentenlijn bepalen met behulp van de grafische methode.
   Hoe doen we dit.

10. We bepalen de momentenlijn van een constructie belast door verticale krachten. We tekenen daartoe de constructie op schaal 1:50. De krachten zetten we uit in een poolfiguur, waarbij we voor de poolafstand H = 4 mm kiezen. De krachtenschaal van de poolfiguur is: 1 mm = 10 kN. Met behulp van de poolfiguur tekenen we een gesloten stangenveelhoek die - op een bepaalde schaal - de momentenlijn voorstelt.
    Hoe groot is de schaal van de momentenlijn.

ANTWOORDEN

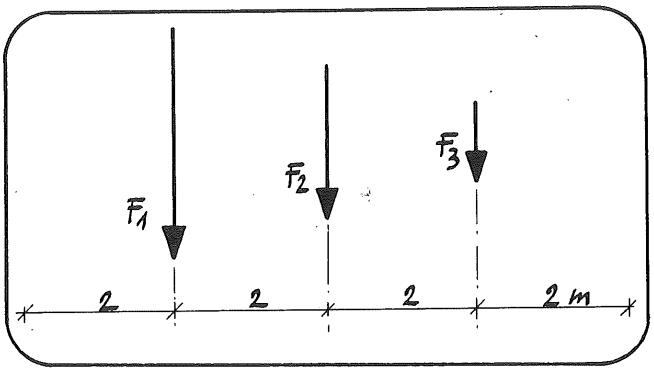


7. Een poolfiguur ontstaat door een aantal verticale krachten onder elkaar uit te zetten en de begin- en eindpunten van alle krachten met één punt (de pool) te verbinden. De verbindingslijnen noemen we stralen van de poolfiguur.
De stangenveelhoek is de veelhoek die een koord aanneemt onder de werking van een aantal verticale krachten. De zijden van die veelhoek lopen evenwijdig met de stralen van de bijbehorende poolfiguur.

8. Als een constructie, opgelegd op een rol en een scharnier, wordt belast door verticale krachten zijn de oplegreacties onafhankelijk van de vorm van de constructie. Ook als de rol en het scharnier op ongelijke hoogte liggen, heeft dat geen invloed op de oplegreacties.

9. We tekenen met behulp van een poolfiguur een stangenveelhoek. In deze stangenveelhoek tekenen we de sluitlijn. Het vlak ingesloten door deze sluitlijn en de stangenveelhoek komt dan - op een bepaalde schaal - overeen met het momentenvlak van de ligger AB t.g.v. kracht F. De straal in de poolfiguur evenwijdig aan de sluitlijn verdeelt de kracht F in twee delen die overeenkomen met de verticale reactiekrachten in A en B.

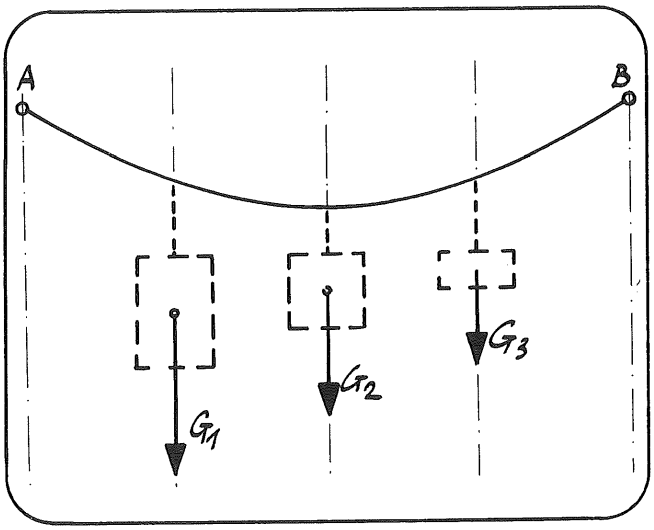
10. De schaal van de momentenlijn is:
lengteschaal x krachtenschaal x H (H in mm).
Dit betekent dat elke mm van de verticale ordinaat van de M-lijn een moment voorstelt van
50 . 10 . 4 = 2000 kNmm = 2 kNm.



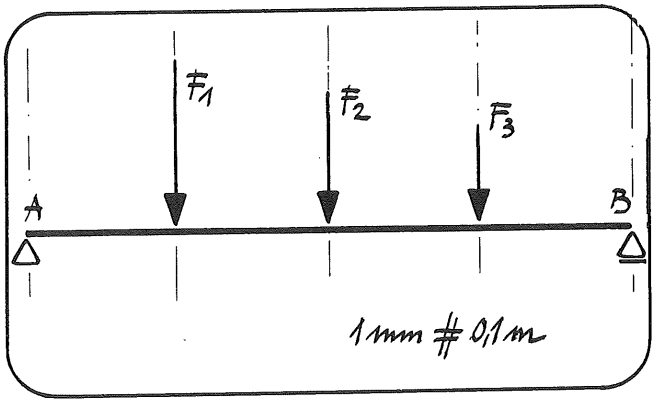
6. VOORBEELDEN

Voorbeeld 1

a. Van de gegeven krachten F_1 = 60 kN, F_2 = 40 kN en F_3 = 20 kN willen we de grootte en de werklijn van de resultante R weten.



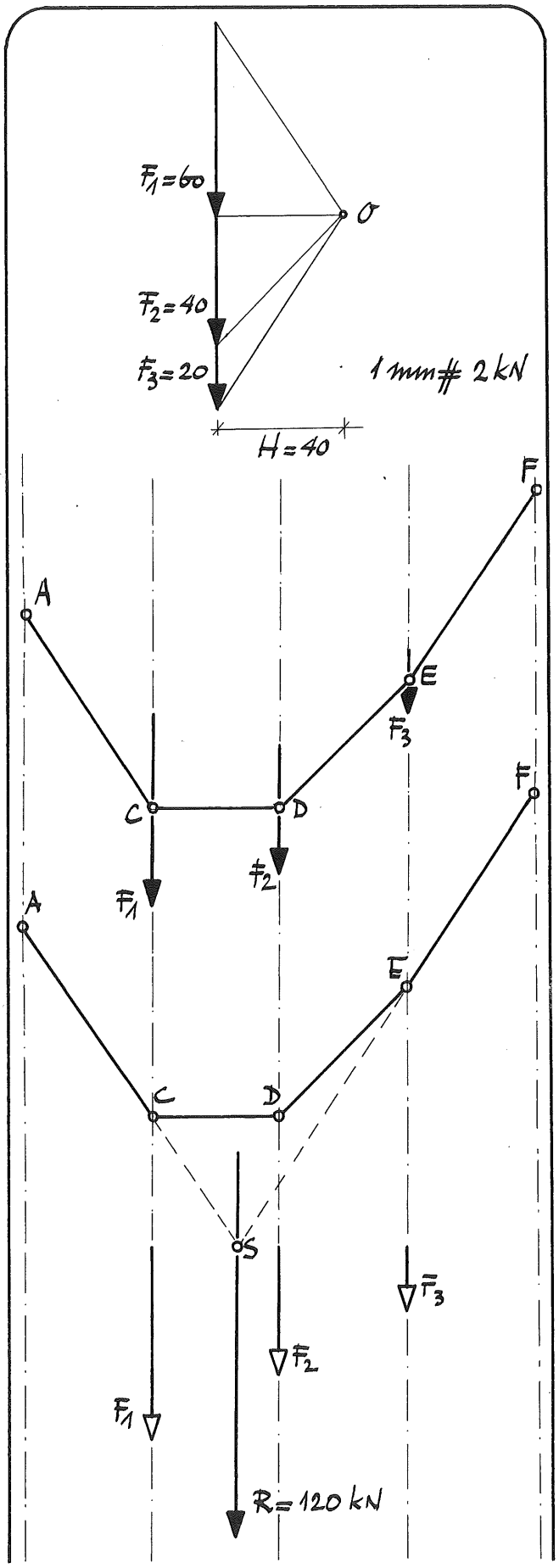
b. Indien aan een slap koord AB drie blokken hangen waarvan het eigen gewicht resp. G_1 = 60 kN, G_2 = 40 kN en G_3 = 20 kN is, dan willen we de juiste vorm van het koord weten tengevolge van de belasting van deze blokken en de grootte van de reactiekrachten in de ophangpunten.



c. Indien op ligger AB drie krachten F_1 = 60 kN, F_2 = 40 kN en F_3 = 20 kN aangrijpen, dan willen we de grootte van de oplegreacties weten en de momentenlijn tengevolge van de belasting.

Omdat in deze mechanicaproblemen de grootte en de werklijn van de gegeven krachten dezelfde is kunnen we volstaan met één oplossing.

Als lengteschaal hebben we gekozen 1:100.
Als krachtenschaal kiezen we 1 mm = 2 kN.

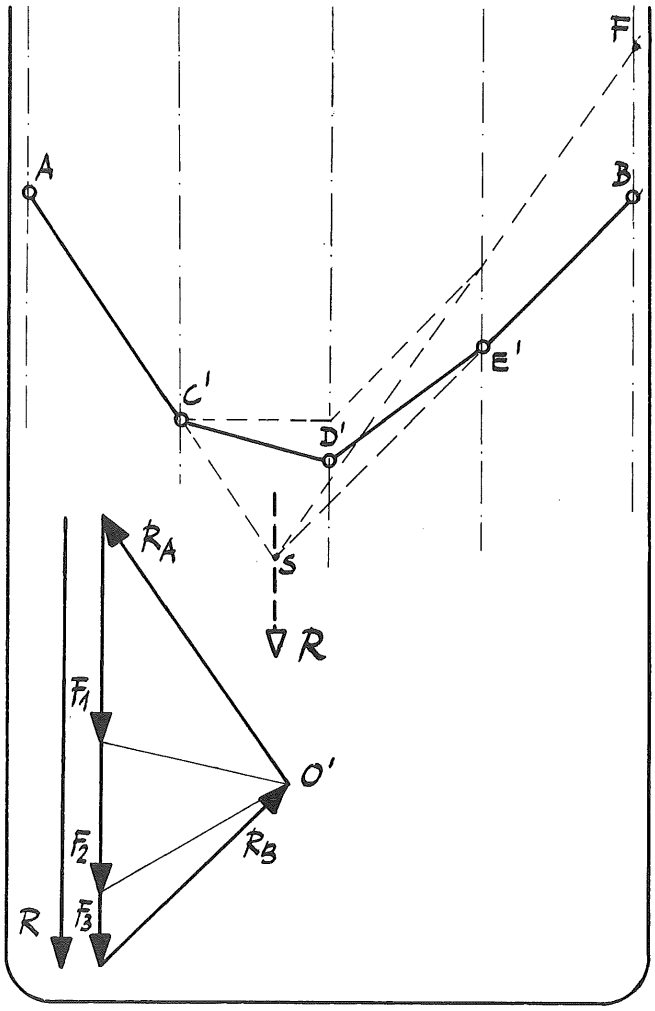


We zetten de krachten F_1, F_2 en F_3 onder elkaar uit.
Voor de poolafstand H kiezen we 20 mm.
Dus H = 20 . 2 = 40 kN. We tekenen de poolfiguur.

Vervolgens tekenen we de stangenveelhoek ACDEF. De stangen lopen evenwijdig met de stralen van de poolfiguur.

Deze stangenveelhoek is de basis voor het bepalen van:
- de werklijn van de resultante $R = F_1 + F_2 + F_3$
- de juiste vorm van koord AB
- de grootte van de reactiekrachten in de ophangpunten A en B van het koord
- de grootte van de oplegreacties in A en B van de ligger
- de momentenlijn van de ligger

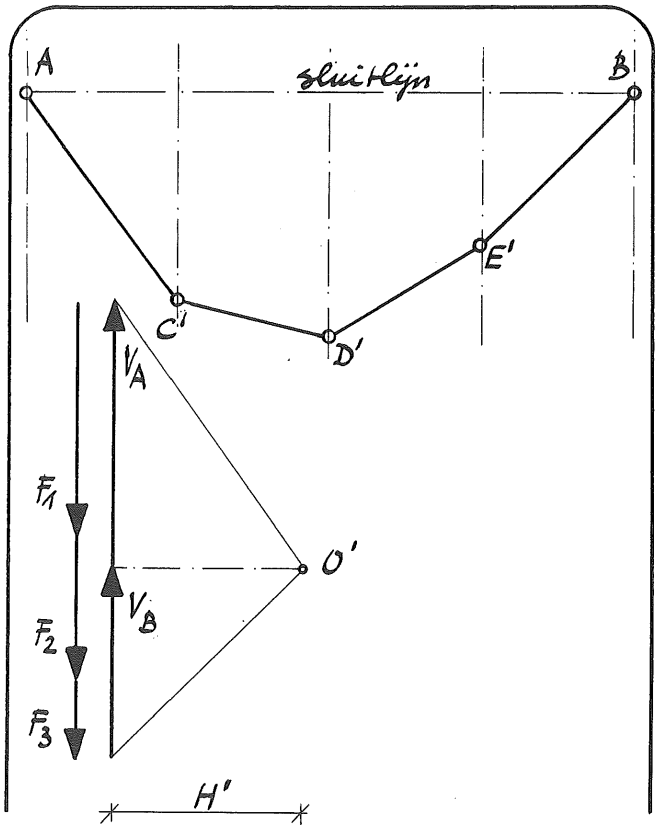
De werklijn van de resultante R vinden we door de buitenste stangen AC en FE van de stangenveelhoek te verlengen. De werlijn van R gaat door het snijpunt S van deze verlengde staven.



We verbinden het gevonden snijpunt S met de ophangpunten A en B van het koord.
In de poolfiguur tekenen we stralen evenwijdig met de stangen AS en BS. Daardoor vinden we een nieuwe pool O'.

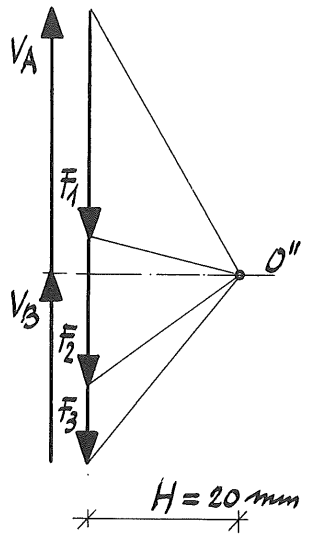
Tekenen we een stangenveelhoek AC'D'E'B met stangen evenwijdig aan de stralen van de poolfiguur met pool O', dan vinden we de juiste vorm van koord AB.

De grootte van de reactiekrachten R_A en R_B in de ophangpunten A en B wordt bepaald door de lengte van de buitenste stralen van de poolfiguur.
We vinden door opmeten:
R_A = 42 mm = 84 kN
R_B = 34 mm = 68 kN

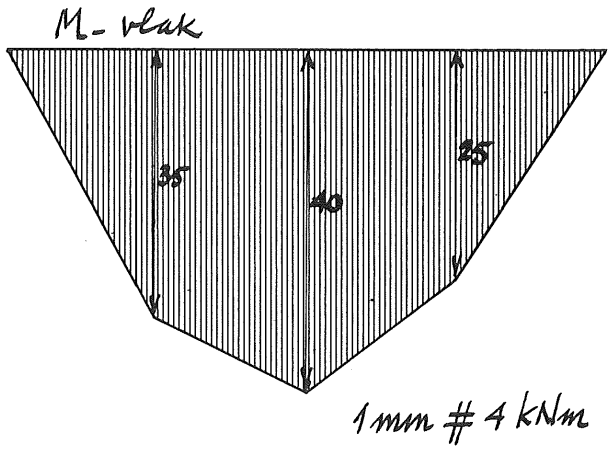


In de stangenveelhoek AC'D'E'B tekenen we de sluitlijn. De straal die in de poolfiguur evenwijdig loopt met deze sluitlijn bepaalt de grootte van de oplegreacties van ligger AB.
Door opmeten vinden we:
V_A = 35 mm = 70 kN
V_B = 25 mm = 50 kN

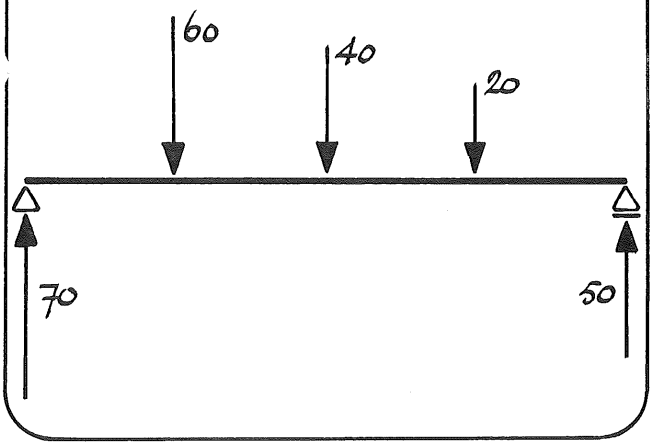
Het vlak van de gesloten stangenveelhoek komt overeen met het momentenvlak voor de ligger.
De vorm van dit vlak is afgeleid uit de poolfiguur met pool O'.
De poolafstand H' van deze figuur is geen afgeronde maat meer. Dit is niet plezierig voor de schaal van het M-vlak.



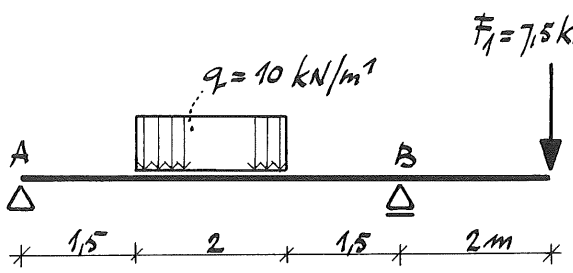
We kiezen daarom een nieuwe pool O". Deze pool moet liggen op de straal evenwijdig aan de sluitlijn.
We nemen voor de poolafstand H weer 20 mm. Dan is H = 40 kN.



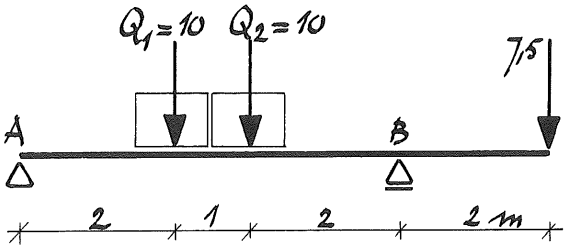
We tekenen de nieuwe stangenveelhoek met behulp van de poolfiguur met pool O".
Sluiten we de stangenveelhoek dan hebben we daarmede het M-vlak gevonden.
1 mm van elke ordinaat stelt in werkelijkheid 0,1 m voor. Omdat H = 40 kN stelt elke mm van een ordinaat voor een moment van 0,1 . 40 = 4 kNm.
We vinden voor de momenten:
t.p.v. F_1 : 35 mm = 140 kNm
t.p.v. F_2 : 40 mm = 160 kNm
t.p.v. F_3 : 25 mm = 100 kNm

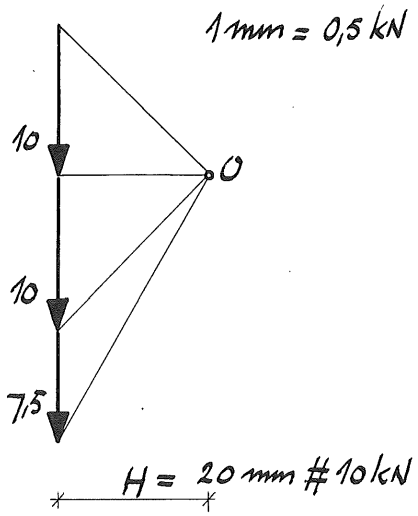


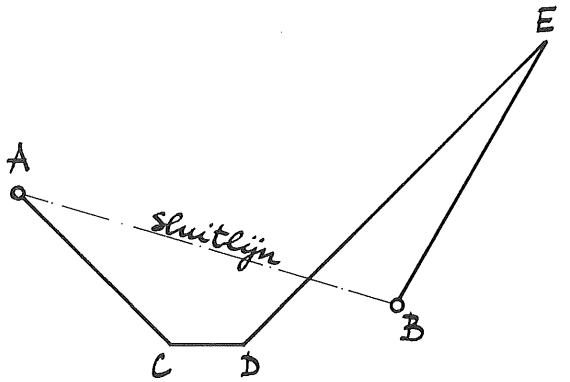
<u>Opmerking</u>
De stangenveelhoek geconstrueerd met behulp van pool O" komt ook overeen met de juiste vorm van koord AB belast door de gewichten G_1, G_2 en G_3.



1 : 100







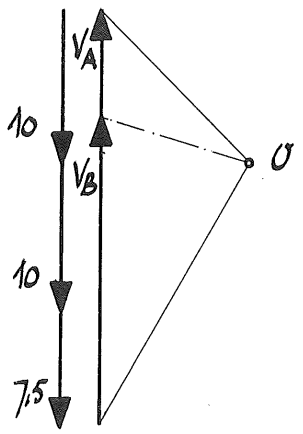
Voorbeeld 2

Op ligger AB met overstek BE werkt een kracht F_1 = 7,5 kN en een gelijkmatig verdeelde belasting q = 10 kN/m^1.
We gaan de grootte van de oplegreacties bepalen en de momentenlijn tengevolge van deze belasting.

We delen eerst de gelijkmatig verdeelde belasting op in twee moten van 1 m en bepalen de resultanten van deze moten.
Deze zijn: $Q_1 = Q_2$ = 10 kN.

Als lengteschaal hebben we gekozen 1:100.
Als krachtenschaal kiezen we 1 mm = 0,5 kN.
Voor de poolafstand H kiezen we 20 mm. Dan is H = 20 . 0,5 = 10 kN. We kunnen nu de poolfiguur tekenen.

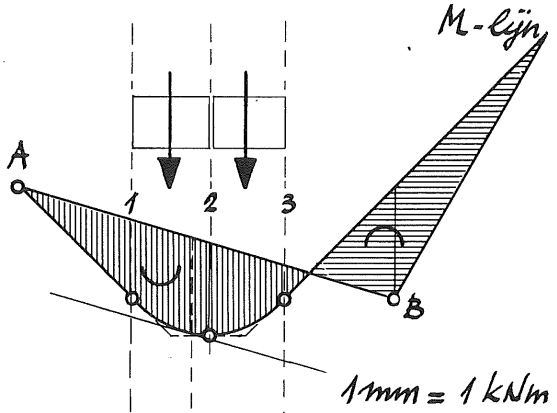
Vervolgens tekenen we de stangenveelhoek ACDEB.
(Let op volgorde: eerst E, dan B.)
Tekenen we daarin sluitlijn AB en in de poolfiguur de straal evenwijdig met deze sluitlijn dan hebben we daarmede de grootte van de oplegreacties en het M-vlak bepaald.
De schaal voor het M-vlak is:
1 mm = 0,1 m . 10 kN = 1 kNm.



We vinden:

V_A = 14 mm = 7 kN

V_B = 41 mm = 20,5 kN



De momentenlijn heeft ter plaatse van de Q-belasting een parabolisch verloop. De parabool raakt aan de stangenveelhoek in de grenslijnen 1, 2 en 3 van de moten waarin we deze belasting hebben verdeeld.

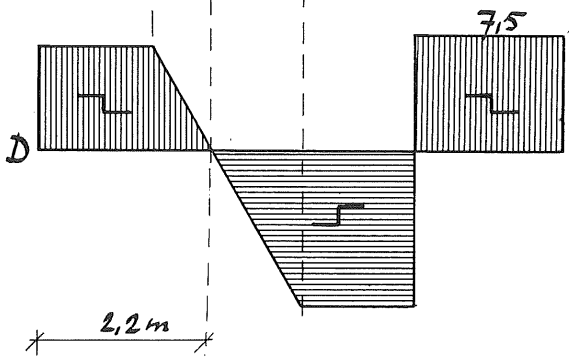
We vinden:

M_1 = 10,5 mm = 10,5 kNm

M_2 = 12,5 mm = 12,5 kNm

M_3 = 5,5 mm = 5,5 kNm

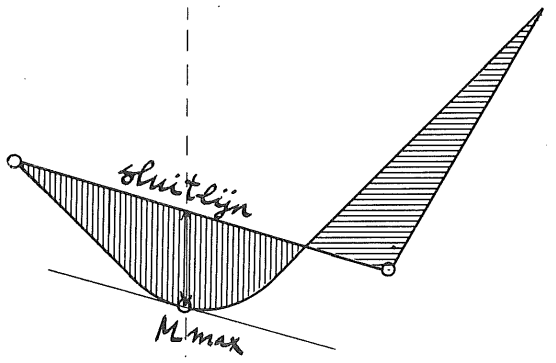
M_B = 15 mm = 15 kNm



Bepalen we met behulp van de D-lijn de doorsnede waarvoor geldt D = 0, dan vinden we dat deze doorsnede op 2,2 m van A ligt.

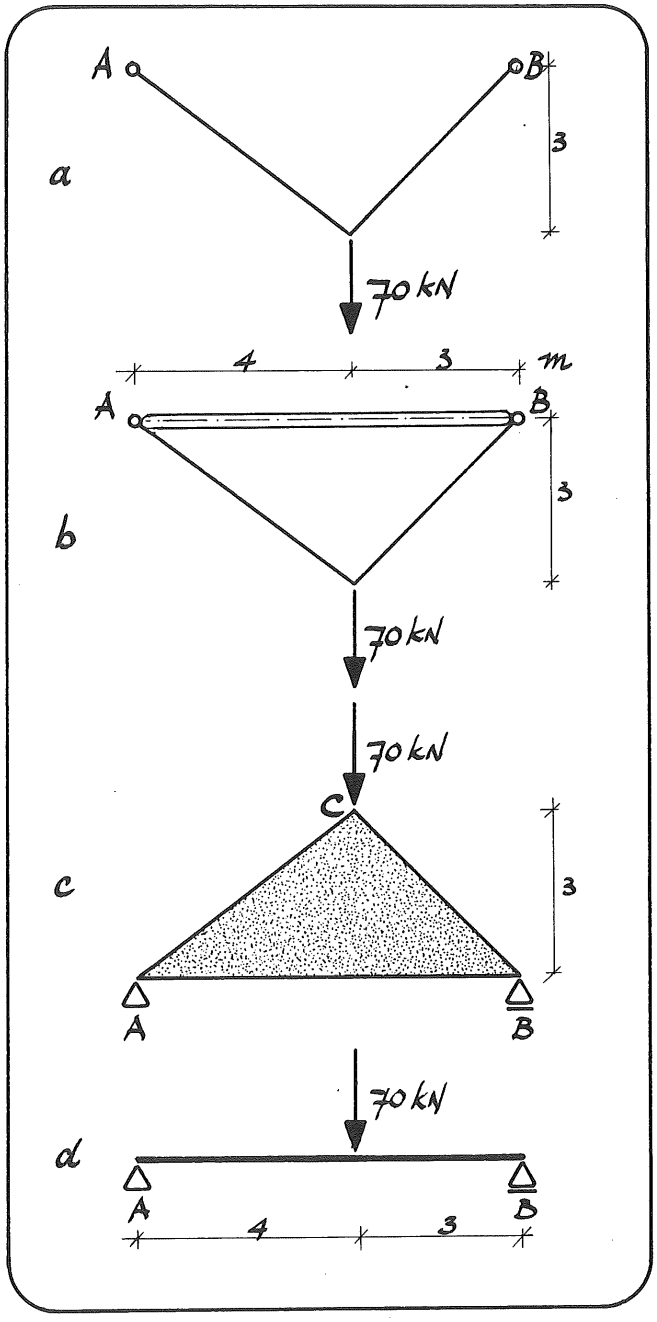
Meten we voor deze doorsnede M op dan vinden we:

M_{max} = 13 mm = 13 kNm



<u>Opmerking</u>

Uit de momentenlijn is direct het maximum moment af te lezen door een raaklijn te trekken die evenwijdig loopt aan de sluitlijn.



7. VRAAGSTUKKEN

Vraagstuk 1

Gegeven:

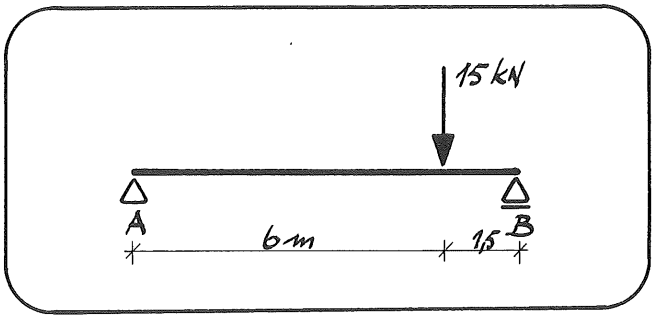
a. Een gewicht G = 70 kN aan een slap koord, gespannen tussen twee spijkers A en B.

b. Een gewicht G = 70 kN aan een koord met drukstaaf hangend aan twee spijkers A en B.

c. Een vormvaste driehoek ABC, in C belast door een kracht F = 70 kN.

d. Een balk AB, belast door een kracht F = 70 kN.

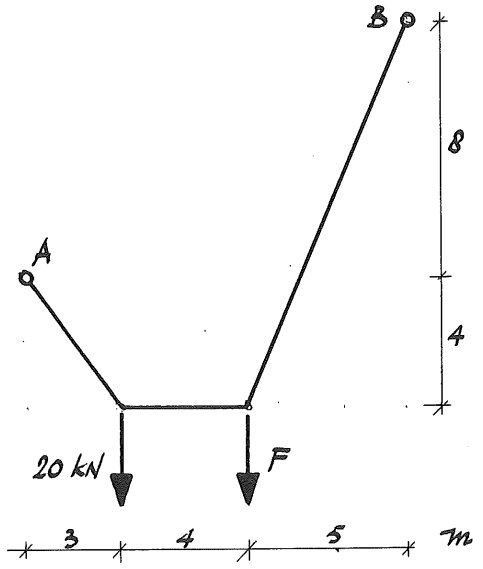
Bepaal van deze vier constructies de oplegreacties en verklaar de overeenkomsten en verschillen.



Vraagstuk 2

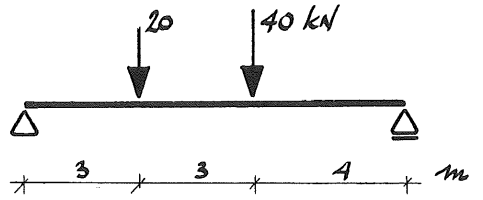
Bepaal de oplegreacties en de momentenlijn m.b.v. poolfiguur en stangenkromme.

Neem als lengteschaal 1:100 en als krachtenschaal 1 mm = 0,25 kN. Wat wordt de schaal van de momentenlijn?



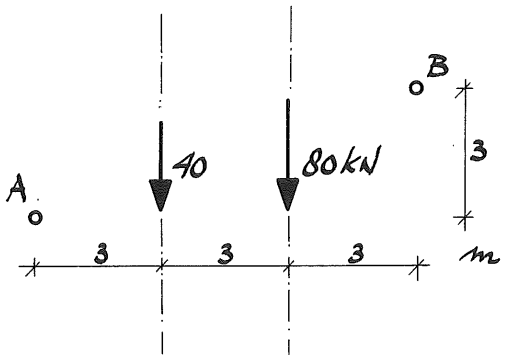
Vraagstuk 3

Een slap koord is bevestigd in A en B en draagt twee krachten.
De ene kracht is 20 kN, de andere is onbekend. Het koord is in evenwicht.
Hoe groot is F?
Hoe groot is de verticale component van de reactiekrachten in A en B?



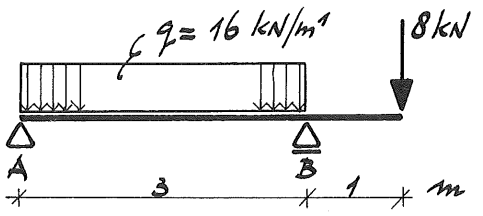
Vraagstuk 4

Bepaal van deze ligger op twee steunpunten de oplegreacties en de momentenlijn m.b.v. de grafische methode.



Vraagstuk 5

Gegeven twee krachten en hun werklijnen. Bepaal een stangenveelhoek bij deze krachten die door A en B gaat.



Vraagstuk 6

Bepaal voor deze constructie de momentenlijn m.b.v. poolfiguur en stangenkromme.
(Aanwijzing: verdeel de q-last in moten van 1 m lengte en werk verder met de resultante daarvan).

ANTWOORDEN

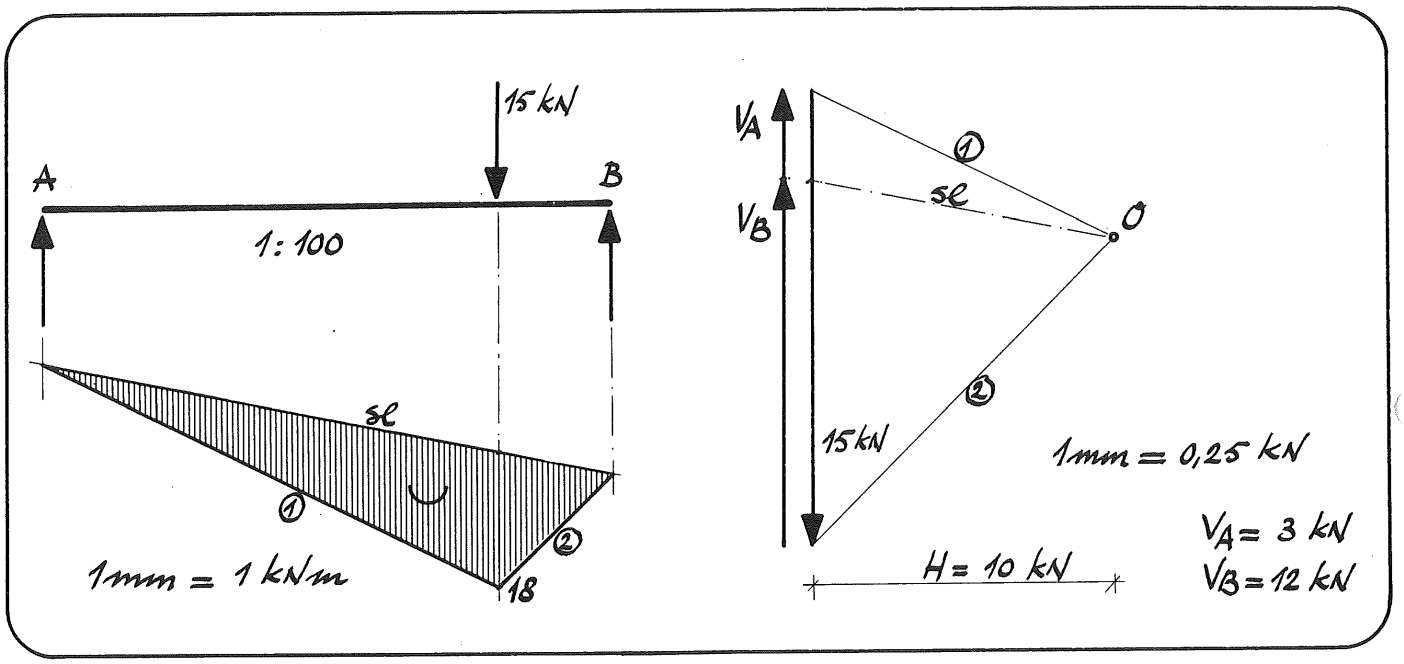
1a. V_A = 30 kN, H_A = 40 kN
V_B = 40 kN, H_B = 40 kN

1b. V_A = 30 kN, V_B = 40 kN
N.B. de kracht in de drukstaaf is 40 kN.

1c. V_A = 30 kN, H_A = 0, V_B = 40 kN

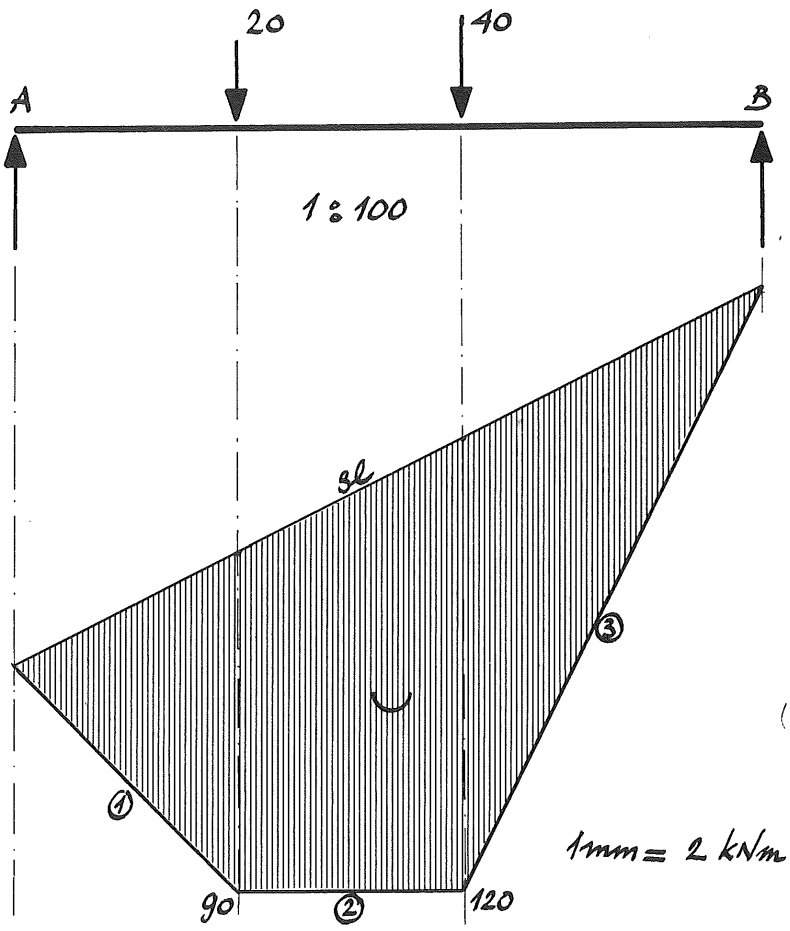
1d. V_A = 30 kN, H_A = 0, V_B = 40 kN

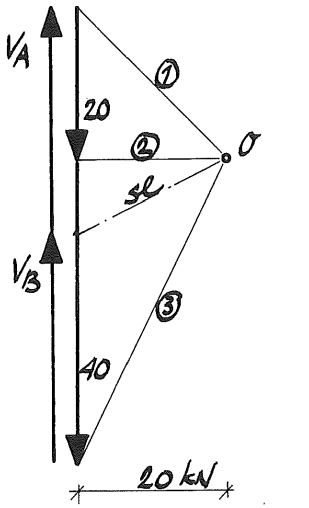
2. De schaal van de momentenlijn is afhankelijk van de grootte van H, die gekozen wordt. In dit geval is H = 10 kN en dus: 1 mm = 1 kNm



3. F = 36 kN, V_A = 20 kN, V_B = 36 kN.

Vraagstuk 4

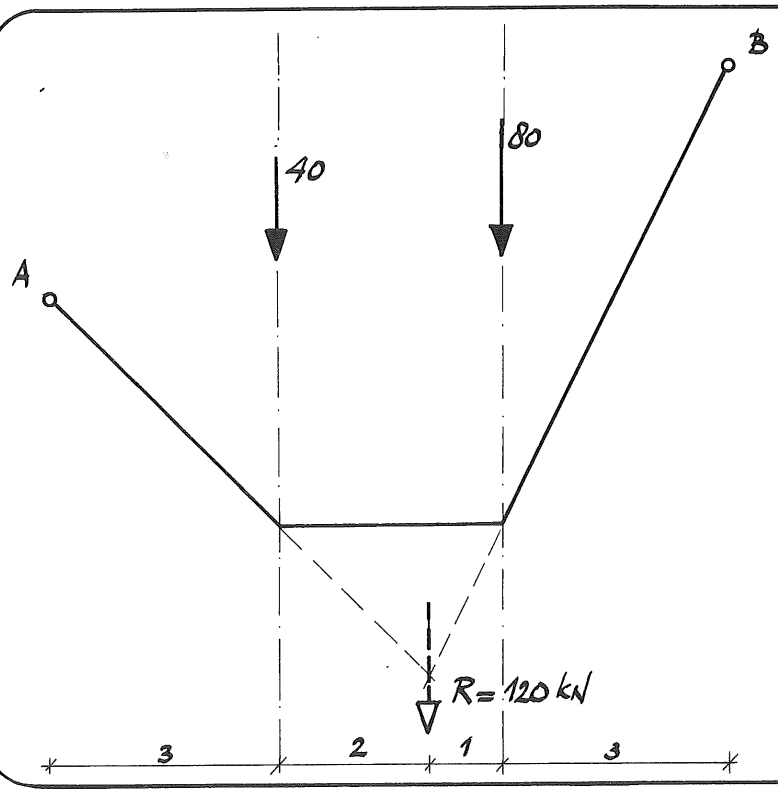


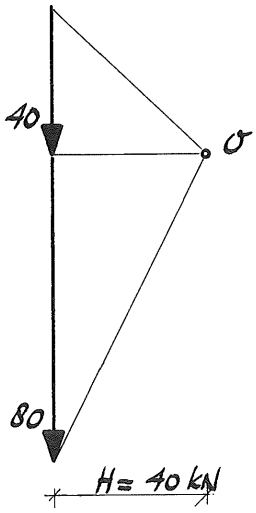


1mm = 1 kN

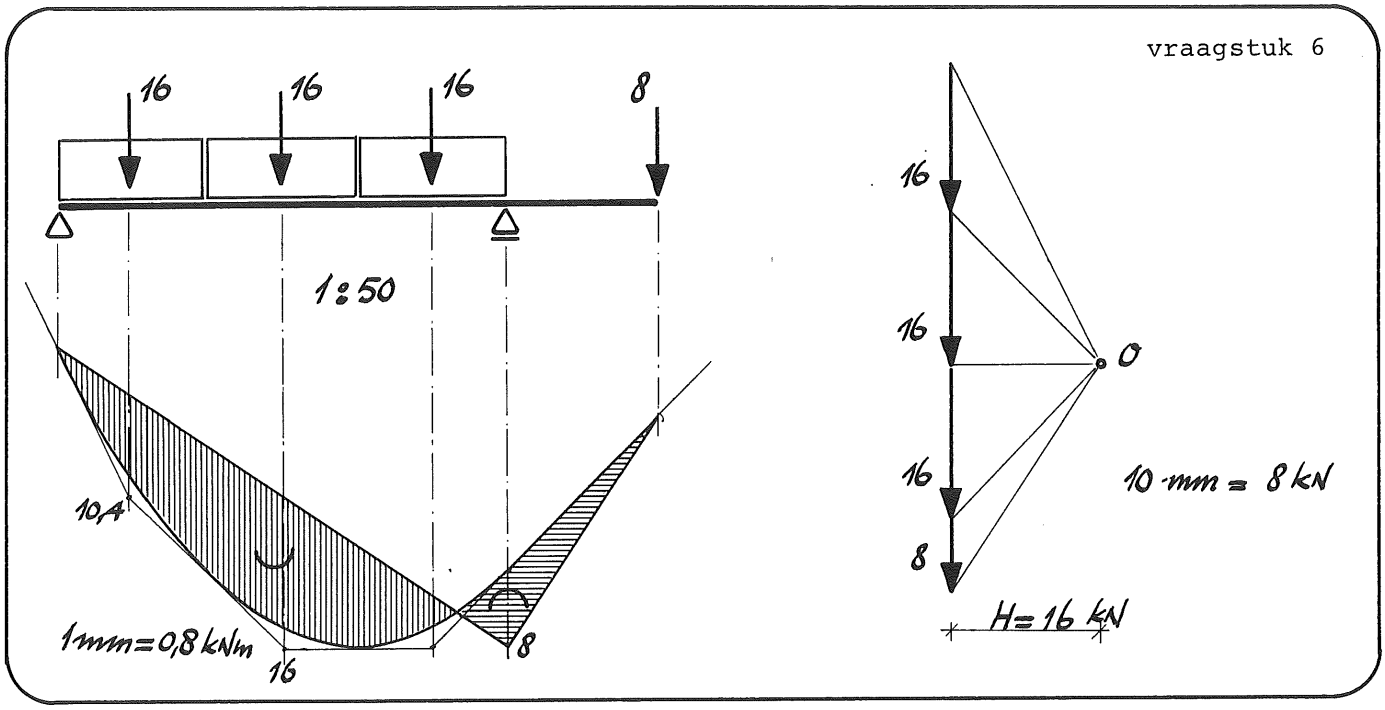
$V_A = V_B = 30$ kN

vraagstuk 5





1mm = 2 kN


vraagstuk 6
16
16
16
8
1:50
10,4
1mm=0,8 kNm
16
8
16
16
16
8
O
10 mm = 8 kN
H=16 kN